20. Jessica, Michele y Caroline contestan una prueba de rendimiento que está normalizada —especialmente diseñada para que la distribución de puntuaciones se ajuste a una curva normal. La media de la prueba es 1 000 con una desviación estándar de 100. Jessica obtiene 1 000; Michele, 1 200; y Caroline, 1 400. Michele se siente desalentada porque cree que no lo hizo mucho mejor que Jessica. Utilice la curva normal y los rangos percentiles para mostrar por qué Michele está equivocada al sentirse desalentada.

## Aplicaciones opcionales en computadora para el capítulo 6

Para clases que usan computadora, en el disco compacto de *Computer Applications for The Statistical Imagination* abra los ejercicios del capítulo 6. Estos ejercicios se enfocan en el uso de puntuaciones de distribuciones de frecuencia como distribuciones de probabilidad y emplean puntuaciones Z para calcular probabilidades con variables de intervalo/razón normalmente distribuidas.

CAPÍTULO

# 7

# USO DE LA TEORÍA DE LA PROBABILIDAD PARA PRODUCIR DISTRIBUCIONES MUESTRALES

## Introducción: estimación de parámetros

Para repasar brevemente, una población es un conjunto grande de personas respecto de quienes deseamos obtener información. Comúnmente, para ahorrar tiempo y dinero, tomamos muestras en lugar de observar un grupo tan grande. Los estadísticos de la muestra proporcionan estimaciones de los parámetros de la población total. Suponga que nuestra población de interés son los 16 000 estudiantes de una universidad. De este campus seleccionamos una muestra al azar (aleatoria) de 200 estudiantes. Estamos interesados en parámetros como los siguientes: ¿cuál es el promedio general (PG) de los estudiantes? ¿Qué porcentaje de estudiantes apoya la apertura de la biblioteca del campus las 24 horas del día? ¿Cuál es la edad media? Sin embargo, nuestro interés no radica en las medias o proporciones de los 200 estudiantes en la muestra. Es el cuerpo entero de 16 000 estudiantes para el que buscamos una respuesta. La muestra es tan sólo una herramienta para obtener información sobre los parámetros de la población total del campus.

## Estimación puntual

Suponga que colocamos $X$ como el PG y para una muestra de 200 estudiantes encontramos una media de 2.46 "puntos PG". ¿Esto nos asegura que la media de la población sea también 2.46? Por supuesto que no, ya que tenemos que considerar el error de muestreo. Por definición, los estadísticos muestrales son sólo estimaciones de parámetros. Si sólo informamos este número de 2.46, estamos proporcionando lo que se llama una **estimación puntual**, *un estadístico proporcionado sin indicar el rango de error.* Esto no es mucho mejor que una suposición. ¿Por qué? Porque si extraemos una segunda, una tercera o una cuarta muestra, es probable que por medio de los cálculos obtengamos medias ligeramente diferentes de cada una. En otras palabras, existe variabilidad en los resultados estadísticos de una muestra a otra.



> **Estimación puntual**
>
> Estadístico proporcionado sin indicar el rango de error.

## Predicción del error de muestreo

Fue el descubrimiento de variabilidad de la muestra —el reconocimiento de que los estadísticos de cada muestra difieren ligeramente de los siguientes— lo que destaca una comprensión básica del error de muestreo. Como los antiguos estadísticos que repetidamente jugaban a los dados, los estadísticos posteriores aprendieron sobre el error de muestreo a través del **muestreo repetido** —*tomar una muestra y calcular sus estadísticos y después tomar una segunda muestra, una tercera, una cuarta, y así sucesivamente*—. Estos estadísticos "cuenta arroces" aprendieron dos hechos naturales importantes acerca del muestreo repetido de una población. Primero, los resultados calculados diferirán de una muestra a la siguiente. Segundo, los cálculos realizados sobre una muestra —un grupo que es más pequeño que la población entera— son sólo estimados. Es decir, los estadísticos de una muestra serán ligeramente inexactos respecto de los valores reales de los parámetros de su población.

> **Muestreo repetido**
>
> Tomar una muestra y calcular sus estadísticos y después tomar una segunda muestra, una tercera, una cuarta, y así sucesivamente. El muestreo repetido revela la naturaleza del error de muestreo.

La repetición del muestreo aleatorio y la variabilidad resultante de esta operación se ilustran en la figura 7-1, la cual presenta una población de niños cuyas edades oscilan entre cero (bebés menores de un año) y nueve años. Para los estadísticos muestrales —cálculos realizados con datos de la muestra— frecuentemente utilizamos símbolos de letras cursivas como $\overline{X}$ y $s_x$ (con los que ya estamos familiarizados). Cuando es factible, usamos letras griegas para los parámetros de la población. Específicamente, empleamos los siguientes símbolos para representar parámetros poblacionales para variables de intervalo/razón:

Para la variable de intervalo/razón $X$

$\mu_X$ = la media de una población (se dice *mu* subíndice $X$)

$\sigma_X$ = la desviación estándar de una población (se dice *sigma* subíndice $X$)

**Símbolos matemáticos comúnmente usados para distinguir poblaciones y muestras**

Para estadísticos muestrales: letras cursivas.
Para parámetros poblacionales: letras griegas.

En la figura 7-1, $X$ = la edad, y la edad media *en la población* de niños es $\mu_X = 4.5$ años. Observe que las medias muestrales $\bar{X}$ ilustradas en los globos más pequeños varían alrededor de esta media poblacional de 4.5 años. Cada media muestral es ligeramente mayor o menor que 4.5 y refleja la variabilidad de la muestra causada por la ocurrencia natural del error de muestreo aleatorio.

Una buena manera, entonces, de mostrar que los estadísticos de la muestra no representan valores exactos de los parámetros de la población consiste en muestrear repetidamente. Si usted no está convencido de esto, tome al azar un par de muestras de la población (es decir, el círculo grande) de las edades de niños en la figura 7-1. Son grandes las oportunidades de que obtenga medias muestrales ligeramente diferentes. Cada muestra es una parte muy pequeña de la población mayor, y cada una está compuesta de un conjunto diferente de seis niños. En una muestra —sólo por casualidad— puede haber niños mayores, lo que produciría una media muestral ligeramente mayor que 4.5 años. En una segunda muestra —sólo por casualidad— pueden aparecer unos cuantos niños menores lo que resultaría en una media muestral menor. El muestreo repetido genera resultados estadísticos variados.

Hace más de 100 años los teóricos de la probabilidad reconocieron algunas "malas noticias": un estadístico de una muestra única es sólo un estimado de un parámetro poblacional. Pero a través del muestreo repetido —muchas horas dedicadas a extraer una muestra tras otra— estos teóricos descubrieron algunas buenas noticias: el error de muestreo tiene patrones y es sistemático, y por consiguiente, es predecible.

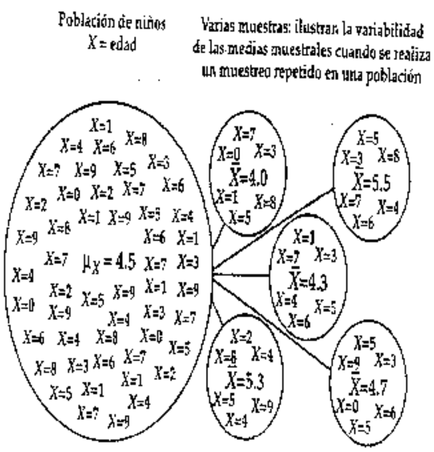



**FIGURA 7-1** *Variabilidad de las muestras con el muestreo repetido:* $X$ = *edades de niños, de cero a nueve años*



La primera cuestión predecible encontrada del muestreo repetido fue que las medias muestrales resultantes eran similares en valor y tendían a agruparse alrededor de un valor particular. Los teóricos de la probabilidad sospecharon que este valor central era el valor real del parámetro de la población —la media de la población en sí misma ($\mu_X$). Usando modelos similares al de la figura 7-1, compararon resultados de muestras con parámetros conocidos y encontraron que la distribución de los estadísticos muestrales, de hecho, se centra en el parámetro real de la población. Esto tiene sentido. Si la edad promedio de una población de niños es de 4.5 años, la media calculada en una muestra verdaderamente extraída al azar debe estar cerca de este valor. Segundo, los teóricos de la probabilidad descubrieron que la variabilidad del muestreo era matemáticamente predecible a partir de las curvas de probabilidad. Tomaron los resultados de muestras repetidas y trazaron histogramas. La mayoría de sus medias muestrales calculadas caían muy cerca del valor del parámetro de la población, y conforme uno se alejaba de este parámetro en cualquier dirección, había cada vez menos resultados. En otras palabras, descubrieron que los resultados estadísticos ocurren según las curvas de probabilidad, como la curva normal. Por último, al comparar muestras de tamaños diferentes, estos teóricos determinaron que cuanto mayor era el tamaño de la muestra, menor era el rango de los errores en muestras repetidas.

## Distribuciones de muestreo

Cuando las distribuciones de los estadísticos de muestras extraídas repetidamente se grafican en histogramas, obtenemos una imagen informativa de la previsibilidad del error de muestreo. Llamamos a semejante distribución una distribución muestral. *A partir del muestreo repetido, una* **distribución muestral** *es una descripción matemática de todos los posibles resultados de los eventos muestrales y la probabilidad de cada uno.*

**Distribución muestral**

A partir del muestreo repetido, una descripción matemática de todos los posibles resultados de los eventos muestrales y la probabilidad de cada uno.

## Distribuciones muestrales para variables de intervalo/razón

Para ilustrar las particularidades de una distribución muestral de medias, analicemos lo que pasa si repetidamente extraemos muestras de una población *con una media conocida*. Suponga que determinamos, de los registros de titulados de una universidad, que la edad media *de la población* de todos los médicos practicantes titulados en Estados Unidos es de 48 años. Puesto que tales datos son de la población entera, esta media es un parámetro conocido, simbolizado como $\mu_X$ donde $X$ = edad del médico. También suponga que la desviación estándar de esta población es de seis años, simbolizada como $\sigma_X$. La distribución de frecuencias de las *puntuaciones en bruto de esta población* de edades se presenta en la figura 7-2. Note que esta distribución está cerca de una curva normal en forma de campana, excepto que está ligeramente aplanada. Nos referimos a dicha distribución como una **distribución aproximadamente normal**, es decir, aquella *que es como la curva normal puesto que es simétrica con media, mediana y moda iguales, aunque la curva sea ligeramente plana o puntiaguda*. Las curvas normales y aproximadamente normales tienen "colas" que descienden súbitamente en ambos lados. Con una distribución normal empleamos el símbolo $Z$ para puntuaciones estandarizadas (es decir, midiendo el número de desviaciones estándar a partir de la media). Por razones que aclararemos más adelante, usamos el símbolo $t$ para representar las puntuaciones estandarizadas de una distribución aproximadamente normal.

Es importante tener presente que sobre el eje horizontal de la figura 7-2 graficamos puntuaciones en bruto (puntuaciones de $X$) —las edades reales de los médicos—.

Ahora enfoquemos nuestra atención lejos de la distribución de puntuaciones en bruto de la figura 7-2 y pensemos en una distribución muestral de medias. Para determinar todos los posibles resultados de la muestra, debemos imaginar que repetidamente extraemos muestras de la población. Extraemos 10 000 muestras de 37 médicos, y para cada muestra, calculamos la edad media muestral, $\bar{X}$. Un pensamiento momentáneo debe convencernos de que la mayoría de las medias muestrales se calcularán en alrededor de 48 años. Pero debido al error de muestreo no nos sorprenderíamos si cada media muestral variara ligeramente, por decir, 47.9 años o 48.2 años.

Ahora imaginemos que graficamos los valores de estas 10 000 medias muestrales en un histograma. Es decir, para cada muestra tratamos a la edad media calculada como una sola observación. Así, graficamos las $\bar{X}$ en lugar de las $X$ en el eje horizontal. ¿Adivine qué forma tendrá este histograma? Sí, como una distribución normal o algo cercano a ella. Sólo diremos que *una distribución muestral de medias es aproximadamente normal*. Esta aproximación a la normalidad se ilustra en la curva suavizada de la figura 7-3. La mayoría de las 10 000 medias muestrales caen en o alrededor de 48 años. Conforme nos alejamos de 48 años en cualquier dirección, la curva baja, indicando cada vez menos y menos resultados. Es más, si sumamos los valores de todas las 10 000 medias de la muestra y dividimos el resultado entre 10 000, esta *media de medias muestrales* será de 48 años —la edad media de los médicos en la población—. *La media de una distribución muestral de medias* se simboliza como $\mu_{\bar{X}}$ y siempre igualará la media de la población ($\mu_X$). Además, como con cualquier curva aproximadamente normal, la desviación estándar es la distancia al

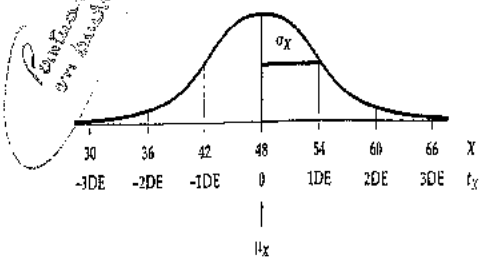



FIGURA 7-2
*Distribución de frecuencias de las puntuaciones en bruto de edades para la población entera de médicos practicantes activos en Estados Unidos (datos ficticios)*



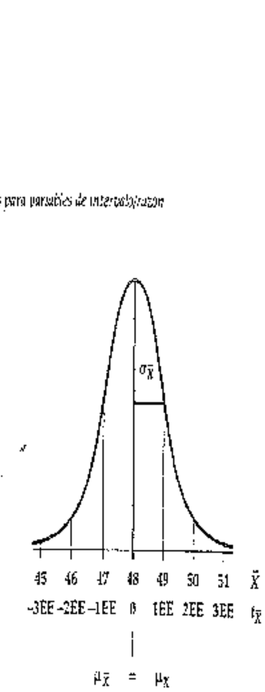



FIGURA 7-3
*La distribución muestral de la edad media de los médicos en Estados Unidos*

punto de inflexión de la curva. En resumen, la curva en la figura 7-3 es una distribución muestral de medias ($X$-barra, no las $X$). Esto, matemáticamente describe *todos los posibles resultados del evento muestral y la probabilidad de cada resultado.*

> **Distribución aproximadamente normal**
>
> Aquella que es como la curva normal puesto que es simétrica con media, mediana y moda iguales, aunque la curva sea ligeramente plana o puntiaguda.
> Se usa el símbolo $t$ (en lugar de $Z$) para representar las puntuaciones estandarizadas en dicha distribución. Las distribuciones muestrales por lo común son aproximadamente normales.

¿Qué nos dice esta distribución? Primero, cualquier distribución muestral (por definición) ilustra todos los posibles resultados del muestreo. La figura 7-3 revela todos los resultados estadísticos que ocurren si extraemos repetidamente muestras de tamaño 37 de la población médica y calculamos la media de cada muestra. Segundo, ya que una distribución muestral de medias toma una forma aproximadamente normal, las puntuaciones $t$ se usan como puntuaciones $Z$ con una tabla similar a la de la curva normal, para calcular la probabilidad de ocurrencia de cualquier resultado muestral. Así, con esta distribución aproximadamente normal, cerca del 68 por ciento de las observaciones caen dentro de 1 desviación estándar —en este caso, 1 error estándar— en ambos lados de la media. Específicamente, cerca del 68 por ciento de las veces nuestras medias muestrales $\bar{X}$ resultarán entre 47 y 49 años; aproximadamente 95 por ciento de las veces, entre 46 y 50; y casi 100 por ciento de las veces, entre 45 y 51. En resumen, esta distribución ofrece una descripción de todos los posibles resultados muestrales cuando $n = 37$ y la media de la población es de 48 años.

## El error estándar

La desviación estándar de una distribución muestral tiene un nombre especial —el error estándar— porque es una medida de los errores muestrales predecibles. **El error estándar** es *la desviación estándar de una distribución muestral*. Observe que para la distribución muestral en la figura 7-3 las unidades de medida se denominan EE (errores estándar) en lugar de DE (desviaciones estándar). El error estándar mide la dispersión del error muestral que ocurre cuando se muestrea repetidamente una población.

Son estimados los valores de una distribución muestral

### Error estándar

La desviación estándar de una distribución muestral.
El error estándar mide la dispersión del error muestral que ocurre cuando se muestrea repetidamente una población.

Los matemáticos han determinado que *el error estándar de una distribución muestral de medias* equivale a la desviación estándar de la población dividida entre la raíz cuadrada del tamaño de la muestra (*n*); o

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$$

donde

$\sigma_{\bar{X}}$ = el error estándar de una distribución muestral de medias para la variable $X$
$\sigma_X$ = la desviación estándar de la población
$n$ = tamaño de la muestra

Sin embargo, rara vez conocemos la desviación estándar de la población. (Si ya la supiéramos, no estaríamos realizando un muestreo.) Por consiguiente, usamos la desviación estándar de la muestra para *estimar* el error estándar. Los matemáticos han discernido que el estimado apropiado se calcula como sigue. Considere el símbolo con cursiva que indica que este error estándar estimado se basa en datos de la muestra:

### Cálculo del error estándar de una distribución muestral de medias, cuando se desconoce $\sigma_X$ (para una variable de intervalo/razón u ordinal tipo intervalo)

$$s_{\bar{X}} = \frac{s_X}{\sqrt{n-1}}$$

Cuando n es grande es mejor!!

donde

$s_{\bar{X}}$ = error estándar de medias estimado para la variable $X$
$s_X$ = desviación estándar de una muestra
$n$ = tamaño de la muestra



Para la distribución muestral de las edades medias de los médicos ilustrada en la figura 7-3, el error estándar es un año:

$$s_{\bar{X}} = \frac{s_X}{\sqrt{n-1}} = \frac{6}{6} = 1 \text{ año}$$

### *La ley de los números grandes*

Una mirada cercana a la fórmula del error estándar de una distribución muestral de medias nos indica un punto importante respecto de la dispersión del error de muestreo. *A mayor tamaño de la muestra, menor será el error estándar.* Este principio, que se llama **ley de los números grandes**, tiene sentido. Una muestra grande funciona mejor que una pequeña, lo cual está claro en la composición de la fórmula para el error estándar. Cuando $n$ es remplazada con valores cada vez más grandes, esto aumenta el tamaño del denominador y reduce el tamaño del cociente. Para las muestras de médicos, remplace $n$ con valores cada vez más grandes y observe cómo el error estándar calculado disminuye.

### La ley de los números grandes

A mayor tamaño de la muestra, menor será el error estándar (es decir, menor rango de error en la distribución muestral).

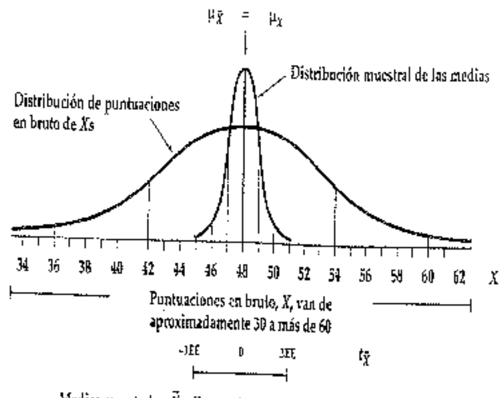
### *El teorema del límite central*

Para ayudarnos a distinguir entre la puntuación en bruto y las distribuciones muestrales, note las similitudes y diferencias entre las curvas de las figuras 7-2 y 7-3. En ambas distribuciones las medias son iguales a la media de la población, $\mu_X$. Sin embargo, en la distribución muestral de la figura 7-3, ubicamos las *medias muestrales* en el eje horizontal (X-barra, no puntuaciones X en bruto) y la desviación estándar es el error estándar. Además, el error estándar en la figura 7-3 tiene una fórmula y un símbolo diferentes a los de la desviación estándar en la figura 7-2.

También considere las diferencias en el tamaño de la dispersión de estas distribuciones. En la distribución de puntuaciones en bruto de la figura 7-2, las edades reales de los médicos van aproximadamente desde 30 hasta 66 años. En la distribución muestral de la figura 7-3 *las medias muestrales calculadas* tienen un rango mucho más estrecho, desde una media muestral de aproximadamente 45 años hasta una de casi 51 años. Esto se resalta en la figura 7-4, la cual sobrepone las distribuciones. Tiene sentido que la distribución muestral posea un rango menor. Como un estadístico de tendencia central, es probable que la media para cualquier muestra se ubique dentro del área central de una distribución de puntuaciones en bruto. Así, cuando graficamos un gran número de medias, éstas se agrupan *estrechamente* alrededor de un valor central que resulta ser la media de la población, $\mu_X$. Matemáticamente, la dispersión más estrecha de una distribución muestral es aparente en la fórmula para el error estándar. La desviación estándar está en el numerador y así

FIGURA 7-4

*Comparación de la dispersión de una distribución de puntuaciones en bruto con su distribución muestral: edades de los médicos en Estados Unidos*




se divide en piezas más pequeñas. El error estándar siempre dará un resultado con un valor menor que el de la desviación estándar.

Existe una fuerte tendencia de que una distribución muestral tenga un rango pequeño de valores dentro del centro de la distribución de las puntuaciones en bruto. De hecho, esta tendencia es tan fuerte que ocurre aun cuando la propia distribución de las puntuaciones en bruto no es normal o incluso aproximadamente normal. *Sin tener en cuenta la forma de una distribución de puntuaciones en bruto, su distribución muestral será aproximadamente normal.* Entre los matemáticos este descubrimiento se denomina **teorema del límite central.**

## El teorema del límite central

Sin tener en cuenta la forma de la distribución de las puntuaciones en bruto de una variable de intervalo/razón, la distribución muestral de las medias será aproximadamente normal en su forma.

Para ilustrar el teorema del límite central observemos la tabla de números aleatorios (tabla estadística A en el apéndice B). A cada número en la tabla se le llama dígito. Éstos "dígitos aleatorios" van de cero a 9. Cada dígito puede verse como una puntuación de la variable X, como las edades de niños de nueve y menores en la figura 7-1. ¿Cómo se generó esta tabla de números aleatorios? Imaginemos que la generamos a mano. Empezamos escribiendo cada uno de los dígitos (de cero a 9) en trozos de papel. Colocamos estos 10 trozos en un sombrero, y los revolvemos —los aleatorizamos— para que cada uno tenga la misma oportunidad de ser seleccionado. Tomamos un trozo, anotamos el resultado, lo colocamos nuevamente en el sombrero y repetimos el proceso un número de veces infinito. Puesto que cada dígito tiene la misma oportunidad de salir en cada elección, a la larga registraremos tantos ceros como 1, 2, y así sucesivamente hasta 9. La distribución de frecuencias de estas puntuaciones en bruto (es decir, puntuaciones X) aparecería como se muestra en la



FIGURA 7-5

*Distribución de frecuencias de las puntuaciones en bruto de un conjunto infinito de dígitos aleatorios*

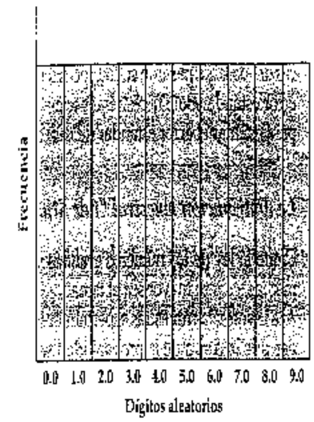


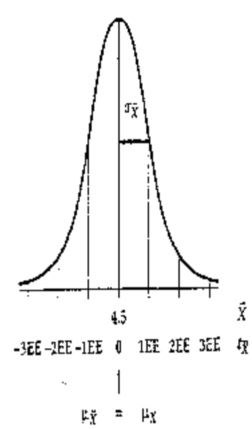

figura 7-5. Esta distribución es de forma "rectangular"; cada columna del histograma tiene igual altura que todas las otras. Éste es el caso porque todos los dígitos tienen una oportunidad igual de selección y, por consiguiente, cada uno ocurrirá con la misma frecuencia. Así, esta distribución *no* es aproximadamente normal. Incluso no es ni remotamente normal ya que le faltan "colas".

Ahora imaginemos que estamos tomando *muestras* de esta tabla de números aleatorios. Seleccionamos una muestra, calculamos su media ($\bar{X}$) y repetimos este proceso muchas veces. Al demostrar el teorema del límite central, la forma del histograma de la distribución muestral resultante es aproximadamente normal aunque la distribución de las puntuaciones en bruto no es ni remotamente normal en su forma. Esto se ilustra en la figura 7-6.

Para comprender el sentido de este fenómeno, resulta una buena idea tratar la tabla de números aleatorios (tabla estadística A en el apéndice B) como si fuera una población de dígitos aleatorios y tomar muestras repetidas de ésta. (Véase los ejercicios al final del capítulo.)

FIGURA 7-6

*Distribución muestral de las medias de muestras de dígitos aleatorios*



Por fortuna, para determinar la forma de una distribución muestral, no tenemos que muestrear repetidamente. Los teóricos de la probabilidad, los cuenta arroces del pasado, pasaron su tiempo haciendo esto y proporcionaron las fórmulas del error estándar. Sólo necesitamos tomar una muestra y usar su desviación estándar para estimar el error estándar de una distribución muestral.

## *La distribución muestral "t de Student"*

Como la ley de los números grandes sostiene, para una distribución muestral de medias, cuanto mayor sea el tamaño de la muestra *n*, menor será el error estándar. A la inversa, las muestras especialmente pequeñas tienen errores estándar tan grandes que la curva de la probabilidad se estira y se aplana. Tales curvas planas son sólo aproximadamente normales. Este aplanamiento empieza a aparecer con tamaños de muestra menores de 120 y es bastante claro cuando *n* es menor de 30.

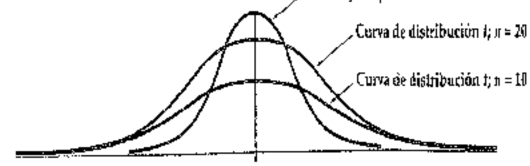
Además del tamaño pequeño de la muestra, un factor que introduce error de muestreo es el error de estimación —usar un estadístico muestral para calcular un error estándar—. Recuerde, en situaciones cotidianas de investigación no muestreamos repetidamente. Tan solo empleamos la desviación estándar de una muestra única para estimar el error estándar. Las estimaciones basadas en la desviación estándar de otra muestra serán ligeramente diferentes. En otras palabras, un cálculo basado en un estimado (es decir, la desviación estándar de la muestra) es necesariamente una estimación en sí. Como ocurre con muestras pequeñas, el error de estimación aplana la curva de una distribución muestral y prohíbe el uso de la tabla de la distribución normal (tabla estadística B, apéndice B) para calcular las probabilidades. Como en el caso de muestras especialmente pequeñas, la curva de distribución muestral es sólo aproximadamente normal.

La curva de distribución muestral que usamos con muestras especialmente pequeñas y/o cuando se estima el error estándar se llama *t* de Student, o simplemente una distribución *t*. Esta curva de distribución es aproximadamente normal. Así como la curva normal, la curva de la distribución *t* es simétrica; es decir, la media, la mediana y la moda son iguales y un lado de la curva es una imagen en espejo de la otra. Pero una curva de la distribución *t* es más plana que la curva normal (es decir, una distribución *t* es *platocúrtica*, o aplanada como un plato). Las puntuaciones estandarizadas para esta curva —una medida de distancia sobre el eje horizontal como un número de errores estándar— están simbolizadas por *t* en lugar de Z, para indicar que la curva es aproximadamente normal.

Para ilustrar el aplanamiento de una distribución muestral, enfoquémonos en el tamaño de la muestra. La figura 7-7 compara las distribuciones muestrales para tres tamaños de muestra de 120, 20 y 10. Si se estima el error estándar utilizando la desviación estándar de la muestra, ninguna de estas curvas es perfectamente normal. Sin embargo, con un tamaño de muestra mayor a 120, la curva será perceptivamente normal, tan cerca de lo normal que el ojo no verá la diferencia. Debajo del tamaño de la muestra de 120, cuanto más pequeño sea el tamaño de la muestra, más plana será la distribución *t*. De esta manera hay una curva de la distribución *t* separada para cada tamaño de la muestra debajo de 120. Como hemos notado, el aplanamiento de la curva realmente se presenta cuando *n* es menor de 30.



**FIGURA 7-7**
*Aplanamiento de distribuciones muestrales de medias cuando n es menor que 120*




La forma de una curva de distribución *t* en particular depende de un ajuste llamado grados de libertad (*gl*). Para una distribución muestral de medias, los grados de libertad se calculan como el tamaño de la muestra menos 1.

| Cálculo de los grados de libertad para una distribución muestral de medias |
|---|
| $gl = n - 1$<br>donde<br>$gl$ = grados de libertad<br>$n$ = tamaño de la muestra |

Como lo indica la figura 7-7, cuanto menor sea la muestra, más plana será la curva. Para calcular las probabilidades de una curva de la distribución *t*, necesitamos 120 tablas de la distribución *t* como la tabla de la curva normal —una para cada tamaño de la muestra desde 121 hasta 2—. Para ahorrar espacio, una sola tabla de la distribución *t* (tabla estadística C en el apéndice B) consolida la información de todas estas 120 curvas. Esta tabla, sin embargo, se diseña en forma diferente a la tabla de la curva normal; estas diferencias se ilustran en la tabla 7-1.

La principal diferencia radica en que la tabla de la distribución *t* proporciona información sólo para las *regiones críticas* tradicionales de $\alpha = .05$, $\alpha = .01$ y $\alpha = .001$. Recuerde que en el capítulo 6 (tabla 6-1) resaltamos estas regiones críticas bajo la distribución normal e identificamos las puntuaciones Z críticas ($Z_\alpha$) que corresponden a cada región. En la tabla de la distribución *t*, la columna de la izquierda proporciona los grados de libertad (*gl*); y la hilera más alta, áreas bajo la curva, pero sólo para estas regiones críticas. El cuerpo de la tabla contiene puntuaciones *t* críticas ($t_\alpha$). En una curva de la distribución *t*, estas puntuaciones *t* son usadas de la misma manera que las puntuaciones Z.

Observe las distribuciones *t* de una cola y de dos colas en el lado derecho de la tabla 7-1. Para cualquier número de grados de libertad (*gl*), cuando usted se mueve a la derecha a través de la tabla, las puntuaciones *t* se incrementan, mientras los niveles de $\alpha$ disminuyen de .05 a .001. Esto simplemente refleja el hecho de que a mayor valor de la puntuación crítica, menor será el área en la cola de la curva.

Note que las puntuaciones $t_\alpha$ en la fila inferior de la tabla 7-1 son esencialmente equivalentes a las puntuaciones $Z_\alpha$. Las diferencias son tan pequeñas que no apare-

**TABLA 7-1 Ubicación de la información en las tablas de la distribución normal y de la distribución *t***

| *Tabla estadística B del apéndice B (Tabla de la distribución normal)* | | *Tabla estadística C del apéndice B (Tabla de la distribución t)* | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Columna A | Columna C | | De dos colas | | | | De una cola | | |
| Puntuaciones Z | Área más allá de Z | *gl* | .05 | .01 | .001 | *gl* | .05 | .01 | .001 |
| 1.64 | .0505 (= .05) De una cola | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | 5 | 2.571 | 4.032 | 6.869 | 5 | 2.015 | 3.365 | 5.893 |
| 2.33 | .0099 (= .01) De una cola | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | 10 | 2.228 | 3.169 | 4.587 | 10 | 1.812 | 2.764 | 4.144 |
| 3.08 | .0010 De una cola | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| 1.96 | .0250 (X 2 = .05) De dos colas | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | 20 | 2.086 | 2.845 | 3.850 | 20 | 1.725 | 2.528 | 3.552 |
| 2.58 | .0049 (= .005 X 2 = .01) De dos colas | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| 3.30 | .0005 (X 2 = .001) De dos colas | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | 30 | 2.042 | 2.750 | 3.646 | 30 | 1.697 | 2.457 | 3.385 |
| • | • | 120 | 1.980 | 2.617 | 3.373 | 120 | 1.658 | 2.358 | 3.160 |
| • | • | ∞ | 1.96 | 2.58 | 3.30 | ∞ | 1.64 | 2.33 | 3.08 |

Aquí se localizan las probabilidades α para las regiones críticas

Las Z críticas ($Z_\alpha$) están en la columna A de la tabla de la distribución normal

Las *t* críticas ($t_\alpha$) están en estas columnas de la tabla de la distribución *t*

cen cuando se redondean las puntuaciones *t*; es decir, las puntuaciones Z y las puntuaciones *t* son las mismas cuando el tamaño de la muestra ($n$) es de 121 o más y, por consiguiente, los grados de libertad se calculan a 120 o más. Pero subiendo por cualquier columna α de la tabla de la distribución *t*, la puntuación *t* siempre será mayor que la puntuación Z que aparece en el fondo de la tabla. Esto tiene sentido porque tanto las puntuaciones Z como las puntuaciones *t* miden la variabilidad en el error de muestreo —distancia de la media de la curva—. Cuando el tamaño de la muestra es pequeño, las medias calculadas tienen mayor error debido a la sensibilidad de la media con respecto a las puntuaciones extremas de X. Al emplear una muestra pequeña, no es raro obtener resultados muestrales ($\overline{X}$ s) ubicados en la cola de la curva —bastante alejados del parámetro ($\mu_X$). Este "alejamiento" de una región crítica con respecto a la media ($\mu_X$) de la distribución muestral para una muestra pequeña se ilustra en la figura 7-8, la cual indica los valores críticos Z y *t* en el nivel .05, con una cola cuando $n > 120$ y $n = 20$, respectivamente. Con una $n$ de 20, sería igualmente raro tomar una muestra cuya media fuera 1.725 errores estándar de $\mu_X$ como lo sería extraer una media de sólo 1.64 errores estándar de $\mu_X$ cuando $n$ fuera mayor que 120.



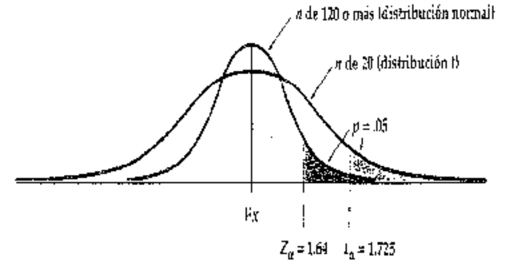



FIGURA 7-8 *Comparación de las regiones críticas de una cola y puntuaciones críticas para tamaños de la muestra de 120 o más (una distribución normal) y 20 (una distribución t)*

En resumen, para una distribución muestral de medias, existen dos fuentes de error que requieren ajustes en los grados de libertad y el uso de una distribución *t* en lugar de una distribución normal: el error del tamaño de la muestra y el error de estimación. Casi siempre tenemos error de estimación, es por esto que nos habituamos a utilizar la distribución *t* y su tabla. De hecho, esto es lo que los programas de cómputo comúnmente hacen. No se preocupe por ello, una distribución *t* es simplemente una curva aproximadamente normal —una curva normal que es aplanada por una mayor dispersión del error muestral—. Las puntuaciones *t* en la tabla de la distribución *t* son como las puntuaciones Z, excepto que aquéllas son sólo para señalar las regiones críticas. Las puntuaciones *t* y las puntuaciones Z calculadas miden lo mismo en estas curvas. De hecho, la fórmula para una puntuación *t* es igual a la de una puntuación Z salvo en el símbolo. Este símbolo diferente simplemente indica que estamos conscientes de que la distribución es sólo aproximadamente normal.

## Cálculo de puntuaciones estandarizadas (puntuaciones *t*) para la distribución *t* aproximadamente normal

$$t_X = \frac{X - \overline{X}}{s_X}$$

donde

$t_X$ = puntuación estandarizada para un valor de $X$ = número de desviaciones estándar que una puntuación en bruto (puntuación $X$) se desvía de la media
$X$ = una variable de intervalo/razón
$\overline{X}$ = media de $X$
$s_X$ = desviación estándar de $X$

**La distribución muestral aproximadamente normal como una distribución de probabilidad.** En el capítulo 6, calculamos probabilidades dividiendo las áreas bajo la curva normal. En capítulos subsecuentes, haremos lo mismo usando la distribución *t* aproximadamente normal y su tabla, en lugar de la tabla de la distribución normal. La distribución *t* sirve como una distribución muestral de probabilidad. Nuestro interés se enfocará en la probabilidad de obtener la media de la muestra que obtuvimos para la muestra que extrajimos (capítulo 10). Por ejemplo, con una muestra de médicos (figura 7-3), ¿cuál es la probabilidad de tomar una sola muestra y obtener una edad media muestral mayor que 49 años? La respuesta se encuentra siguiendo el problema tipo 2 en el capítulo 6; pero usando *t* en lugar de Z. Además, con frecuencia deseamos determinar si un resultado de la muestra tiene una probabilidad de ocurrencia menor que un valor de probabilidad crítico como .05 o .01. (Véase capítulo 6, tabla 6-1, para un repaso de los valores críticos.) Por ejemplo, ¿la probabilidad de tomar una muestra con una edad media de 50 años es menor que 5 por ciento (o una proporción de .05)? Los procedimientos para calcular tales probabilidades de una distribución muestral aproximadamente normal se explican con detalle en capítulos posteriores.

Finalmente, el nombre *t de Student* tiene detrás de sí una historia interesante. El descubrimiento y la derivación matemática de la distribución *t* se realizó a principios del siglo XX, por un matemático llamado W. S. Gossett, quien trabajó para la Guinness Brewing Company en Dublín, Irlanda. Para proteger su ventaja competitiva en el negocio de la cerveza, la compañía no permitía a sus empleados divulgar su trabajo. Sus hallazgos al tratar con muestras pequeñas eran tan importantes para los estadísticos, que la compañía hizo una excepción y le permitió a Gossett publicarlos bajo el seudónimo de Student. De esta forma, firmó su trabajo y hasta hoy en día los estadísticos se refieren a esta distribución muestral como la *t* de Student.

## ¿Qué son los grados de libertad?

Al recolectar datos y hacer un análisis estadístico en una muestra, se debe tener cuidado para evitar que los procedimientos de investigación lleguen a conclusiones imprecisas sobre la población. Cada instrumento de medición y técnica estadística tiene limitaciones que potencialmente distorsionan la interpretación de los datos. Por ejemplo, el famoso telescopio *Hubble* (que es transportado en un satélite fuera de la atmósfera terrestre) proporciona imágenes distorsionadas a causa de una defectuosa alineación microscópica en la curvatura de sus lentes. Como resultado, las imágenes fotográficas parecen borrosas. Las estrellas no son borrosas; ésta es una consecuencia de las limitaciones del instrumento de medición. El telescopio defectuoso repercute en la precisión de la valoración de las formas verdaderas de las galaxias distantes. Los ajustes realizados en el sitio (vía transbordador espacial) han compensado hasta cierto punto la curvatura de las lentes; pero las imágenes del *Hubble* todavía no son puras. El telescopio tiene un grado de exactitud máximo y este nivel es fijo. Las conclusiones extraídas acerca de la naturaleza de sus objetos fotográficos (estrellas, galaxias, quasares, etcétera) están restringidas por las herramientas y los métodos empleados para recolectar datos. Incluso con el avance de la computadora, los científicos del *Hubble* inevitablemente confrontan una carencia de flexibilidad al corregir las distorsiones de su instrumento de medición. La imagen que ven es sólo una aproximación cercana de lo que realmente estaba allí. (Decimos "estaba" porque cuando observamos una galaxia con un telescopio astronómico, estamos realmente viendo luz que se emitió hace miles de millones de años.)



De igual forma, los procedimientos estadísticos tienen limitaciones que repercuten potencialmente en la valoración exacta de parámetros de población. Para estimar la dispersión de una distribución muestral de medias, debemos considerar los efectos de la mayor limitación de la media (capítulo 4): el cálculo de la media es afectado por las puntuaciones o valores extremos. Este efecto distorsionante es en especial problemático con muestras pequeñas. Conscientes de esta limitación, ajustamos los cálculos para considerar la sensibilidad de la media a los valores extremos, tal como los científicos del *Hubble* usan su computadora para mejorar sus imágenes fotográficas. Cualquier procedimiento estadístico tiene límites: una carencia de libertad total respecto de cómo se utiliza. Empleamos el término *grados de libertad* para referirnos a qué tan flexible es un procedimiento estadístico. Mientras más grados de libertad tengamos, mejor, porque los **grados de libertad** son *el número de oportunidades de muestreo para compensar las limitaciones, distorsiones y debilidades potenciales en los procedimientos estadísticos.*

¿Por qué los grados de libertad para la distribución *t* aproximadamente normal se calculan como $n - 1$? Para una variable, una puntuación extrema en la muestra puede producir una media sobreestimada o subestimada, es decir, una que no refleje el verdadero valor del parámetro poblacional de esa variable. Cuando el tamaño de la muestra es pequeño, esta distorsión puede ser bastante grande. Una vez que una puntuación extrema de alto valor se extrae al azar para formar parte de una muestra pequeña, no quedan muchas oportunidades para que un caso con bajo valor sea seleccionado para bajar la media calculada y acercarla al verdadero parámetro de la población. Con una muestra pequeña, una puntuación sumamente alta fija o limita el cálculo de la media en el extremo de los valores altos del rango de puntuaciones de la variable. La muestra pequeña es inflexible, ya que no está libre de la limitación de sensibilidad de la media con respecto de las puntuaciones extremas, y tiene pocos grados de libertad.

Para ilustrar estos principios, anotamos antes que un conjunto infinito de dígitos aleatorios van de cero a 9 con una media de 4.5 (como en la tabla estadística A en el apéndice B). Esto es, el verdadero parámetro de la población, $\mu_X$, es 4.5. Sin embargo, suponga, que no sabíamos esto y para obtener una estimación de este parámetro poblacional tomamos muestras de estos dígitos y calculamos la media de la muestra, $\overline{X}$. Idealmente, este estimado estaría cerca del parámetro verdadero de 4.5. Esto se cumple cuando en el proceso de elección aleatoria cada puntuación escogida en el lado alto (por ejemplo, 9, 8, 7 o 6) está balanceada por una puntuación en el lado bajo (por ejemplo, 0, 1, 2 o 3). De hecho, con un promedio verdadero del parámetro de 4.5, una muestra aleatoria absolutamente exacta incluiría, tantos 0 como 9 porque la media de estas dos puntuaciones es 4.5. De igual forma, esta muestra perfecta incluiría tantos 1 como 8, 2 como 7, 3 como 6, y así sucesivamente. Pero suponga que el tamaño de nuestra muestra es pequeño, por decir, $n = 5$. Imagine además que el primer dígito tomado al azar para la muestra es 9, una puntuación extrema. Cuando se suma 9 a $\Sigma X$ al calcular la media de la muestra, es probable que ello cause que nuestra estimación del parámetro quede en el lado alto. Por ejemplo, la siguiente secuencia de extracciones muestrales ocurriría y resultaría en una media muestral del "lado alto" de 6.2:

Secuencia del muestreo: 9, 5, 3, 8, 6

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{31}{5} = 6.2$$

Con esta pequeña muestra, después de que elegimos el 9, es muy probable que nuestra estimación sea alta porque sólo tenemos cuatro oportunidades de muestreo ($n - 1$) para sacar un cero que equilibre el cálculo de la media. Diríamos que tenemos sólo 4 grados de libertad. Escoger un 9 nos encierra en una estimación del lado alto. Una muestra de cinco no es muy flexible una vez que una puntuación extrema entra en la muestra.

Con una muestra grande, por decir, de tamaño 130, la elección temprana de un 9 no representa un gran problema. Tenemos 129 oportunidades más para sacar un cero que regrese el cálculo de la media de la muestra dentro del rango de 4.5. Con una muestra grande existe mayor libertad de ajuste en el procedimiento de muestreo. Tener muchas extracciones aleatorias incrementa la oportunidad de que cualquier puntuación extrema de un lado de la distribución de la variable se equilibre por la selección de una puntuación que es en forma similar, extrema del otro lado.

Otra manera de mirar el concepto de grados de libertad es considerar la "independencia de los eventos muestrales". Por ejemplo, suponga que alguien dice que extrajo cinco dígitos al azar y calculó una media de 6.2, como en la ilustración anterior. Si este investigador nos dijera los valores de cuatro de los dígitos, matemáticamente podríamos determinar el quinto. Es decir, si los primeros cuatro dígitos son 9, 5, 3 y 8, para que la $\Sigma X$ sume 31 para producir una media de 6.2, el último dígito tiene que ser 6. En otras palabras, el último dígito no está libre para variar; su valor es dependiente de cómo se calcula la media. Así, al calcular los grados de libertad para una media, restamos 1 del tamaño de la muestra. En este ejemplo que nos deja 4 grados de libertad, cuatro de los dígitos son "libres para variar". Los grados de libertad, entonces, se perciben como el número de eventos muestrales independientes —eventos que son independientes de las limitaciones de la fórmula estadística usada—.

Sólo en el caso de una distribución muestral de medias los grados de libertad se calculan como $n - 1$. Con otros procedimientos estadísticos, los ajustes para los grados de libertad dependen de las limitaciones particulares de un procedimiento. En los capítulos restantes, se discuten las limitaciones de varios procedimientos estadísticos y se realizan ajustes para los grados de libertad. Tal vez valga la pena buscar en los capítulos restantes el símbolo *gl*, para familiarizarse con la noción de que los estadísticos de una muestra incluyen este ajuste.

**Grados de libertad (*gl*)**

Número de oportunidades en el muestreo para compensar las limitaciones, distorsiones y debilidades potenciales en los procedimientos estadísticos o el número de eventos muestrales independientes. Los grados de libertad se calculan de diferentes formas para diversos procedimientos estadísticos.



Los cálculos de grados de libertad representan un reconocimiento de las limitaciones de un procedimiento. Usaremos frases como "*ajuste* los grados de libertad" y "*corrija* los grados de libertad". A menudo decimos que una limitación particular nos ocasiona la "*pérdida* de grados de libertad". Por ejemplo, la sensibilidad de la media a los valores extremos nos hace perder 1 grado de libertad.

Realizar el ajuste de un procedimiento por medio de los grados de libertad es una parte esencial del control del error. En cada instante debemos estar conscientes de que tomar una muestra es como mirar a través de una lente estrecha. Debemos preguntar: ¿lo que vemos y lo que verdaderamente está allí son lo mismo? Si sabemos que nuestra lente está borrosa, debemos tenerlo en cuenta, así como los científicos del *Hubble* "corrigen" sus imágenes fotográficas digitales con realces de la computadora. El cálculo de los grados de libertad constituye nuestro medio de corrección.

## Distribuciones muestrales para variables nominales

Con variables nominales contamos las frecuencias de las categorías y calculamos proporciones. A menudo señalamos una categoría de "éxito" particular y deseamos determinar su parámetro en la población. Para obtener una distribución muestral de la proporción de éxito, formulamos la pregunta: ¿qué pasa si extraemos una muestra, calculamos la proporción para esta categoría y después repetimos estos procedimientos una y otra vez? ¿Qué forma tomará la distribución de resultados de la muestra? Como consecuencia, una distribución muestral de proporciones toma la forma de una distribución normal si el error estándar se calcula con valores conocidos del parámetro y siempre que $n$ sea suficientemente grande (como lo discutiremos más adelante). De la misma forma como sucede con una distribución muestral de medias, a menudo calculamos el error estándar para una distribución muestral de proporciones utilizando datos de la muestra. Esto introduce un error de estimación adicional que aplana la curva normal hasta la forma de la curva aproximadamente normal. Por consiguiente, para simplificarlo, sólo diremos que una distribución muestral de proporciones es aproximadamente normal, y usaremos la tabla de la distribución *t* en lugar de la tabla de la distribución normal para obtener valores críticos.

Para ilustrar una distribución muestral de proporciones, examinemos la proporción de médicos que son mujeres entre todos los médicos en práctica activa en Estados Unidos. Específicamente, los datos del reporte titulado *Características y Distribución Médica en Estados Unidos, 1996-1997* de la Asociación Médica Estadounidense (1997) revelan que en 1995 había 720 325 médicos en práctica activa, de los cuales 149 404 eran mujeres. Es decir, el parámetro poblacional conocido de la proporción de mujeres era .2074 (cerca del 21 por ciento). Al pensarlo un momento, esto debe convencernos de que si tomamos, por decir, 10 000 muestras de 300 médicos al azar la proporción de mujeres en cada muestra debe ser de alrededor de .21. Sin embargo, debido al error de muestreo esperado, para una muestra dada no nos sorprenderíamos si la proporción calculada fuera ligeramente distinta —por decir, .20 o .22— debido al error de muestreo. Encontraremos que la mayoría de las 10 000 proporciones de la muestra cae alrededor de .21, y conforme nos movemos hacia fuera en cualquier dirección, obtendremos menos y menos resultados. Un histograma de estos resultados es aproximadamente normal en forma. Es más, la media de *estas 10 000 proporciones muestrales* es .21; es decir, si sumamos todas las 10 000 proporciones y las dividimos entre 10 000, el resultado será .21 —la proporción de médicos mujeres en la población—. La desviación estándar de esta distribución muestral de proporciones se denomina error estándar de proporciones.

Como ocurre con la distribución muestral de medias, la distribución muestral de proporciones tiene sus propios símbolos. Puesto que nuestro interés radica en la proporción de médicos mujeres (una variable nominal), denotaremos *la porción de mujeres entre los médicos de Estados Unidos* como $P$ (es decir, éxito) y *la proporción de hombres entre los médicos de Estados Unidos* como $Q$ (es decir, fracaso); así:

$P = p$ [de médicos de Estados Unidos que son mujeres]
$Q = p$ [de médicos de Estados Unidos que son hombres]

Vamos a emplear los siguientes subíndices para representar los parámetros de la población. Para evitar confinar la letra $p$ en los símbolos, utilizamos el subíndice $u$ para el *universo*, que es el otro término para población. Así:

$P_u = p$ [de la población de médicos de Estados Unidos que son mujeres] = .21
$Q_u = p$ [de la población de médicos de Estados Unidos que son hombres] = $1 - P_u$
$= 1 - .21 = .79$

Emplearemos un subíndice $s$ para representar los estadísticos de la muestra. Así:

$P_s = p$ [de la muestra de médicos de Estados Unidos que son mujeres]
$Q_s = p$ [de la muestra de médicos de Estados Unidos que son hombres]

Queremos saber, con base en las proporciones relativas de hombres y mujeres médicos en la población, cuánto error se espera en el muestreo repetido. Como ocurre con las medias, el tamaño del error se relaciona con el tamaño de la muestra: cuanto más grande sea la muestra, menor será el rango de error. Para determinar el error de muestreo, calculamos la desviación estándar de esta distribución muestral —su error estándar— para un tamaño de la muestra de 300 médicos. Si se conocen los valores de $P$ y $Q$, como es el caso de los médicos, el error estándar de proporciones se simboliza por sigma subíndice $p$ subíndice EE ($\sigma_{P_s}$) con la siguiente fórmula:

**Cálculo del error estándar de una distribución muestral de proporciones cuando se conocen $P_u$ y $Q_u$ (para una variable nominal)**

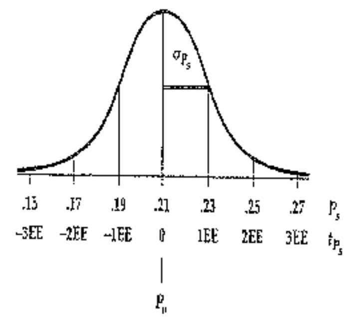
$$\sigma_{P_s} = \sqrt{\frac{P_u Q_u}{n}}$$

donde

$\sigma_{P_s}$ = el error estándar de proporciones para una variable nominal con $P = p$ [de la categoría de éxito]
$P_u = p$ [de la categoría de éxito en la población]
$Q_u = p$ [de la categoría de fracaso en la población]
$n$ = tamaño de la muestra



FIGURA 7-9
*La distribución muestral de la proporción de médicos mujeres en Estados Unidos en 1995*




Para el error estándar de la proporción de médicos mujeres con muestras de tamaño 300,

$$\sigma_{P_s} = \sqrt{\frac{P_u Q_u}{n}} = \sqrt{\frac{(.21)(.79)}{300}} = .02$$

La figura 7-9 muestra la distribución de estas muestras, con $P_s$, la proporción de mujeres en una muestra, señalada a lo largo del eje horizontal. Como sucede con cualquier curva aproximadamente normal, lo anterior nos indica qué esperar si repetidamente tomamos muestras de la población médica: cerca del 68 por ciento de las veces nuestros resultados de la muestra, $P_s$, se ubicarán entre .19 y .23 (es decir, $.21 \pm \sigma_{P_s}$); aproximadamente 95 por ciento de las veces, $P_s$ se ubicará entre .17 y .25 (es decir, $.21 \pm 2\,\sigma_{P_s}$); y sólo un porcentaje muy pequeño de las veces alguna $P_s$ será menor que .15 o mayor que .27 (es decir, $.21 \pm 3\,\sigma_{P_s}$). Esta distribución muestral nos dice qué tan a menudo esperar que un resultado muestral no capte el parámetro verdadero ($P_u$) y por cuánto. Es más, puesto que esta distribución de resultados muestrales es aproximadamente normal, podemos describir matemáticamente su media y un error estándar (como en la figura 7-9). Por último, calculando las puntuaciones $t$ (como se hizo con las puntuaciones $Z$ en el capítulo 6), podemos dividir la curva y calcular la probabilidad de ocurrencia de cualquier resultado particular de la muestra o cualquier rango de resultados muestrales. Así, esta distribución aproximadamente normal derivada matemáticamente es una distribución muestral —una descripción de todos los posibles resultados de la muestra y la probabilidad de cada uno—.

Este ejemplo es poco usual pues se conocen los verdaderos parámetros de la población de las proporciones de médicos mujeres y hombres. En mucha de la investigación, la muestra es la única fuente de datos disponible, y se usan estadísticos de la misma para estimar el error estándar de las proporciones. Así, si $P_u$ y $Q_u$ no son conocidos, $\sigma_{P_s}$ se estima como sigue, utilizando las proporciones muestrales $P_s$ y $Q_s$.

**Cálculo del error estándar de una distribución muestral de proporciones cuando no se conocen $P_u$ y $Q_u$ (para categorías de una variable nominal)**

$$s_{p_m} = \sqrt{\frac{P_m Q_m}{n}}$$

donde

$s_{p_m}$ = error estándar estimado de proporciones para una variable nominal, con $P = p$ [de la categoría de éxito]
$P_m = p$ [de la categoría de éxito en la muestra]
$Q_m = p$ [de la categoría de fracaso en la muestra]
$n$ = tamaño de la muestra

### *Reglas acerca de una distribución muestral de proporciones*

El muestreo repetido y el cálculo de las proporciones de la muestra ($P_m$) revelan las siguientes calidades respecto de una distribución muestral de proporciones.

1. La media de una distribución muestral de proporciones es igual al parámetro de la población, $P_u$.
2. Una distribución muestral de proporciones será aproximadamente normal en su forma cuando el parámetro más pequeño ($P_u$ o $Q_u$) multiplicado por $n$ sea ≥ a 5. (Si no se conoce el parámetro, los estimados de la muestra —$P_s$ y $Q_s$— se aplican al hacer este juicio.) En el ejemplo anterior, $P_u$ (la proporción de médicos mujeres = .21) es menor que $Q_u$ (la proporción de hombres = .79). De esta manera, establecemos que la $p_{menor}$ es .21. Para saber si una distribución aproximadamente normal es adecuada, debemos determinar que la $p_{menor}$ multiplicada por $n$ es mayor o igual a 5:

$$(p_{menor})(n) = (.21)(300) = 63 \quad 63 \geq 5$$

Así, la distribución muestral de la proporción de médicos mujeres donde $n$ = 300 es aproximadamente normal. En general, para cualquier valor de $P_u$ o $Q_u$ (sin importar cuál sea más pequeño), el tamaño mínimo requerido de la muestra para asumir que se trata de una distribución aproximadamente normal se determina utilizando la siguiente fórmula:



**Cálculo del tamaño mínimo requerido de la muestra para asumir que una distribución muestral de proporciones tiene forma normal**

$$n \text{ mínimo} = \frac{5}{p_{menor}}$$

donde

$n$ mínimo = tamaño mínimo de la muestra requerido para asumir normalidad
$p_{menor}$ = el menor de $P_u$ o $Q_u$ (si se conocen estos parámetros) o el menor de $P_s$ o $Q_s$ (si se desconocen $P_u$ o $Q_u$)

Por ejemplo, cuando $P_u$ = .1, el $n$ mínimo = 50; cuando $P_u$ = .3, el $n$ mínimo = 17; y cuando $P_u$ = .5, el $n$ mínimo = 10. Estos ejemplos ilustran que cuando $P_u$ es moderado (es decir, alrededor de .5) en lugar de extremo, una muestra más pequeña bastará para asegurar que la distribución muestral sea aproximadamente normal. Por último, cuando el $n$ mínimo es menor que 5, la distribución muestral apropiada se llama distribución binomial, la cual se describe en el capítulo 13.

## Cuenta arroces como una manera de asir la imaginación estadística

Las distribuciones muestrales son representaciones de lo que sucede si extraemos repetidamente muestras de una población y calculamos los estadísticos de una variable. A través de este muestreo repetido descubrimos todos los resultados estadísticos posibles y la probabilidad de cada uno. El error estándar, cuyo tamaño depende del tamaño de la muestra, nos ofrece un instrumento de medición para calcular estas probabilidades.

Las distribuciones muestrales son un elemento esencial del análisis estadístico porque son útiles como curvas de probabilidad. Al descubrir dichas tendencias predecibles en los resultados de la muestra, los teóricos de la probabilidad empezaron a formular preguntas como: ¿podemos usar el conocimiento sobre la previsibilidad de los resultados de la muestra de forma tal que nos permitan evitar tener que "muestrear" a la población entera para determinar una media verdadera de la variable? ¿Es posible, por ejemplo, descartar el gasto de entrevistar a todos los 16 000 estudiantes en un campus? ¿Es válido examinar una sola muestra y simplemente estimar errores? Por ejemplo, si una muestra de un solo estudiante tiene un promedio general de 2.44, ¿podemos usar nuestro conocimiento sobre la previsibilidad del muestreo repetido para inferir un rango de error, digamos, más menos .1? ¿Existe una manera de calcular el grado de confianza que tenemos en la exactitud de un estadístico calculado a partir de una sola muestra? Sabemos que un estadístico muestral es una estimación —no 100 por ciento correcta—. Pero, ¿podemos afirmar que estamos 90, 95 o 99 por ciento seguros de nuestros resultados?

Usted quizá se dé cuenta ahora de que una distribución muestral es una distribución de probabilidad. Para un tamaño de muestra dado, una distribución muestral nos dice con qué frecuencia esperar cualquier resultado de la muestra cuando extraemos muestras en forma aleatoria. Esto no es diferente de calcular, por decir, la probabilidad de obtener cara y después cara con dos monedas, como hicimos en el capítulo anterior (figura 6-2). De hecho, algunas de las ilustraciones simples de las distribuciones de probabilidad en ese capítulo resultan útiles como distribuciones muestrales. Y nuestro arduo trabajo en el capítulo 6 de dividir áreas de la curva normal, fue llevado a cabo para prepararnos para tratar la distribución muestral como una curva aproximadamente normal.

Producir distribuciones muestrales a mano —a través del muestreo repetido— es importante para entender verdaderamente el concepto. Esto es lo que los primeros estadísticos hicieron. Primero, empezaron por determinar lo que pasa cuando se muestrea repetidamente una variable nominal. Para representar una categoría de una variable como género, ellos sustituyeron una caja de frijoles por la población suponiendo que los frijoles blancos representaban a los hombres y los frijoles rojos a las mujeres. De manera repetida extrajeron muestras de la caja con un tamaño de muestra, por decir, de 100 frijoles. Para cada muestra calcularon la proporción de mujeres (es decir, $P_w$, donde $P = p$ [de frijoles rojos]). Graficaron estas proporciones muestrales en un histograma y descubrieron la curva normal y la fórmula para el error estándar. Probaron varios tamaños de la muestra ($n$ = 90, 80, 70, etcétera) y encontraron que mientras el tamaño de la muestra sea suficientemente grande, una distribución muestral de proporciones toma la forma de campana de una curva normal.

Para las variables de intervalo/razón los primeros estadísticos usaron tablas de números aleatorios como la tabla estadística A del apéndice B, tratando los dígitos como si cada uno representara un caso para una variable como la edad. Después de extraer muestras repetidamente, calcular las medias y graficarlas en histogramas, descubrieron nuevamente el fenómeno natural de la normalidad. Finalmente, estos matemáticos "cuenta arroces" desarrollaron las fórmulas del error estándar y descubrieron la ley de los números grandes y el teorema del límite central. Los estadísticos modernos están agradecidos de los incansables esfuerzos de estos primeros matemáticos y estadísticos. Hoy en día necesitamos tomar sólo una muestra y usar fórmulas para estimar la forma de una distribución muestral.

El teorema del límite central postula esencialmente que el muestreo aleatorio produce curvas aproximadamente normales: distribuciones simétricas que se concentran en la mitad y se extienden hacia los lados. Este patrón ocurre indirectamente en las otras distribuciones importantes en las tablas estadísticas del apéndice B. La tabla de la distribución $F$ está compuesta de puntuaciones $t$ elevadas al cuadrado (capítulo 12) y la tabla de la distribución de chi cuadrada consiste en puntuaciones $Z$ elevadas al cuadrado (capítulo 13). La normalidad en el muestreo aleatorio es un fenómeno natural que existió mucho tiempo antes de que los estadísticos las midieran y la formularan, así como la gravedad existió mucho tiempo antes de que Isaac Newton la midiera y explicara.

Una cosa es hablar sobre cómo los primeros estadísticos aprendieron sobre las distribuciones muestrales y otra cosa experimentar el proceso de generarlas. Los ejercicios y las aplicaciones de cómputo para este capítulo proporcionan maneras simples de producir distribuciones muestrales a la manera antigua —contando arroces realmente—. El *cuenta arroces* es un término peyorativo que a menudo se aplica a burócratas tacaños que cuentan hasta los centavos; pero ser un cuenta arroces literal no es tan negativo para ganar visión sobre los procesos naturales detrás del error de muestreo aleatorio. Si usted quiere ir fácilmente por el resto del curso, genere distribuciones muestrales suficientes para ganar un sentido de dominio sobre la idea. Vuélvase un cuenta arroces.



## Distinción entre poblaciones, muestras y distribuciones muestrales

A estas alturas resulta útil repasar algunos de los símbolos y fórmulas que hemos usado hasta aquí. Tenemos que emplear gran parte de nuestra imaginación al tratar con las estadísticas porque lo único que tocamos es la muestra. Entretanto, tenemos que imaginar cómo es la población entera. Además, debemos imaginar una distribución muestral y describir su forma tanto matemática como gráficamente.

La figura 7-10 ofrece un resumen de los símbolos utilizados para los estadísticos muestrales, parámetros poblacionales y estadísticos de la distribución muestral para medias. De aquí en adelante será muy importante tener estas ideas y símbolos a la mano.

### ☹ INSENSATEZ Y FALACIAS ESTADÍSTICAS ☹

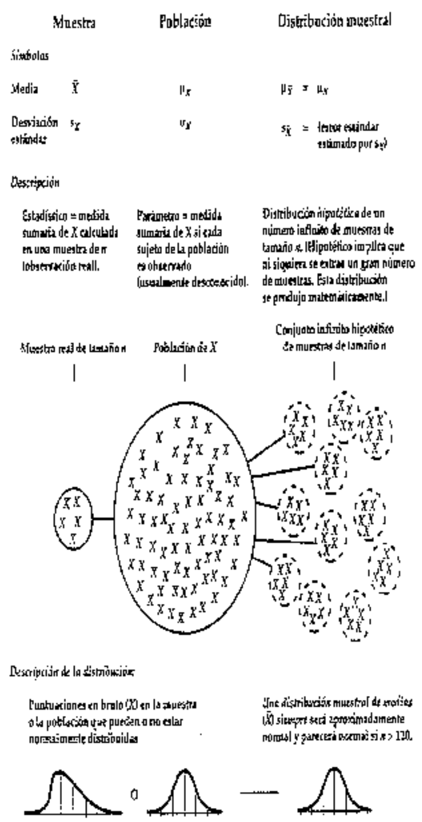
#### Tratar una estimación puntual como si fuera una verdad absoluta

Como hemos aprendido en este capítulo, ningún estadístico —una medida sumaria basada en datos de la muestra— significa la última palabra al estimar un parámetro de la población. El muestreo repetido señala que es probable que la próxima muestra de la misma población genere un resultado estadístico ligeramente diferente. Inclusive no es raro, sobre todo en los medios de comunicación masiva, que las estimaciones puntuales sean aceptadas rápidamente y después tratadas como si fueran completamente verdaderas.

Entre los encuestadores políticos puede haber ventajas al tener una estimación menos que perfecta. Por ejemplo, una sola encuesta podría mostrar que sólo un poco más del 50 por ciento de los encuestados —una mayoría simple— apoya un proyecto legislativo. Los encuestadores y los partidarios de la legislación están propensos a transmitir este resultado y después hablar de él como si fuera un hecho absoluto. Una segunda encuesta quizá muestre que bastante menos del 50 por ciento apoya el proyecto. Si los políticos no están interesados en la verdad absoluta sino tan sólo quieren apoyo para sus posiciones, es poco probable que abran el tema a discusión con base en las conclusiones indefinidas realizadas a partir de estimaciones puntuales. Un estadístico especializado o un ciudadano escéptico tal vez no

**FIGURA 7-10**

*Distinción entre mediciones realizadas en muestras, poblaciones y distribuciones muestrales (para la variable X de intervalo/razón)*




caigan en esta artimaña; pero muchos otros ciudadanos quizá sí. Tales encuestadores, no sólo nos engañan sino que también insultan la inteligencia de las masas. En el capítulo 8 veremos que existe una manera para especificar el error en una estimación puntual y expresar el grado de confianza que tenemos para afirmar que es una estimación exacta de un parámetro de la población.

## Fórmulas en el capítulo 7

Cálculo del error estándar de una distribución muestral de medias (para la situación común donde se desconoce $\sigma_X$ y $s_X$ se usa para estimar):

$$s_{\bar{X}} = \frac{s_X}{\sqrt{n-1}}$$



Cálculo del error estándar de una distribución muestral de proporciones (para una variable nominal):

Cuando se conocen $P_u$ y $Q_u$

$$\sigma_{p_s} = \sqrt{\frac{P_u Q_u}{n}}$$

Cuando no se conocen $P_u$ y $Q_u$

$$s_{p_s} = \sqrt{\frac{P_s Q_s}{n}}$$

Cálculo del tamaño mínimo de la muestra requerido para considerar que una distribución muestral de proporciones está normalmente formada:

$$n \text{ mínimo} = \frac{5}{p_{menor}}$$

Así, asuma una distribución aproximadamente normal cuando $(p_{menor})(n) > 5$.

## Preguntas para el capítulo 7

1. ¿Cuál es la diferencia entre un estadístico y un parámetro? ¿Cuál de éstos es comúnmente una incógnita para la variable? Ilustre los símbolos que usamos para los estadísticos y parámetros de variables de intervalo/razón y variables nominales.
2. Defina una distribución muestral. Distíngala de una distribución de puntuaciones en bruto de una población.
3. ¿Cómo podemos demostrar que un estadístico calculado a partir de una muestra única sólo proporciona *un estimado* de un parámetro?
4. Si trazamos un histograma para representar una distribución de *puntuaciones en bruto*, por decir, la distribución de edades para una muestra de 200 estudiantes, ¿qué puntos se ubican a lo largo del eje horizontal del histograma?
5. Si trazamos un histograma para representar la distribución de *edades medias* para 1 000 *muestras* de 200 estudiantes, ¿qué puntos se ubican a lo largo del eje horizontal? ¿Cómo se llama esta distribución?
6. Para una variable de intervalo/razón, proporcione los símbolos para la desviación estándar y para el error estándar. ¿Qué mide cada estadístico de dispersión? ¿Cómo se relacionan matemáticamente los dos?
7. ¿Cuáles son las similitudes y las diferencias en las formas de la distribución normal Z y la distribución *t* aproximadamente normal?
8. Enuncie y explique la ley de los grandes números.
9. ¿Bajo qué circunstancias una distribución de proporciones muestrales se ajustará a la distribución normal?
10. Relacione los símbolos de la izquierda con las definiciones de la derecha.

a) $X$ _____ La desviación estándar para una *muestra* de puntuaciones en bruto $X$

b) $\mu_X$ _____ La desviación estándar para una *población* de puntuaciones $X$ en bruto

c) $\bar{X}$ _____ El símbolo para una variable de intervalo/razón y sus puntuaciones en bruto *d)* $s_X$ _____ El error estándar de una *distribución muestral* de medias para la variable $X$, estimada a partir de la desviación estándar de la muestra

*e)* $\sigma_X$ _____ La media de una *muestra* de puntuaciones en bruto de la variable $X$

*f)* $s_X$ _____ La media de una *población* de puntuaciones en bruto de la variable $X$

11. ¿A variables de qué niveles de medida se aplican los símbolos en la pregunta 10?
12. Relacione los símbolos de la izquierda con las definiciones de la derecha.

*a)* $P$ _____ La proporción en la categoría "éxito" en una *población* de sujetos

*b)* $Q$ _____ $p$ [de la categoría "éxito"]

*c)* $P_u$ _____ La proporción en la categoría "éxito" en una *muestra* de sujetos

*d)* $Q_u$ _____ El error estándar de una distribución muestral de proporciones calculado con valores conocidos de $P_u$ y $Q_u$

*e)* $P_m$ _____ El error estándar de una distribución muestral de proporciones estimado a partir de los estadísticos de la muestra $P_m$ y $Q_m$

*f)* $\sigma_{P_m}$ _____ La proporción en la categoría "fracaso" en una *población* de sujetos

*g)* $s_{P_m}$ _____ $p$ [de fracaso], donde "fracaso" es la ausencia de una categoría definida o de una característica de una variable

13. ¿A las variables de qué niveles de medición se aplican los símbolos en la pregunta 12?
14. Explique e ilustre con fórmulas por qué un error estándar de medias siempre será menor que la desviación estándar de esa variable.
15. Érica maneja 190 millas durante una llovizna brumosa que le causó retraso. Cuando la lluvia cesa, ella está aproximadamente a 10 millas de su casa y piensa: "Ahora recuperaré el tiempo perdido" y acelera. En términos de grados de libertad, ¿por qué es inútil para ella acelerar en ese momento?

# Ejercicios para el capítulo 7

1. Como investigador de mercadotecnia en la panadería Yeasty Feasty usted dirige estudios sobre la compra de un producto. En el área en cuestión usted encuentra que el número medio de barras de pan consumidas al mes por una familia es de 5.3 barras, con una desviación estándar de 1.5 barras. Estos datos están basados en una muestra de 200 familias. Use estos estadísticos para calcular el error estándar de una distribución muestral de las barras medias consumidas por mes.



2. Usted recaba una muestra aleatoria de 190 registros de la corte de los archivos de adultos acusados de asalto durante los últimos seis meses. Encuentra que la edad media de aquellos acusados es de 28.8 años con una desviación estándar de 3.1 años. Emplee estos estadísticos para calcular el error estándar de una distribución muestral de edades.
3. Los siguientes datos son de una muestra aleatoria de 437 empleados de una corporación multinacional. Complete la siguiente tabla mediante el cálculo de los errores estándar.

| *Variable* | *Desviación estándar o P* | *Error estándar* |
|---|---|---|
| A. Sueldo mensual | $1 200 | |
| B. Edad | 4 años | |
| C. Proporción de mujeres | .39 | |
| D. Años de servicio | 2.7 años | |
| E. Proporción de trabajadores en divisiones de producción | .57 | |

4. Una empresa de mercadotecnia ha encuestado a 395 familias para evaluar sus hábitos de mirar el televisor. Complete la siguiente tabla mediante el cálculo de errores estándar.

| *Variable* | *Desviación estándar o P* | *Error estándar* |
|---|---|---|
| A. Edad del jefe de familia | 5 años | |
| B. Horas en que la televisión está encendida después de las 5:00 PM | 1.5 horas | |
| C. Proporción de familias que tienen casa propia | .59 | |
| D. Años de escolaridad | 1.9 años | |
| E. Proporción de hogares con más de dos televisores | .32 | |

5. Produzca una distribución muestral de proporciones. En una caja (o recipiente grande), vacíe una libra de frijoles rojos (500 g) y una libra de frijoles blancos (500 g, secos, crudos); mézclelos adecuadamente. Ésta es una población de frijoles. Tome una cuchara y extraiga una muestra de frijoles de esta población. Con dos posiciones decimales, calcule $P_m$, la proporción de frijoles rojos en la muestra, donde $P = p$ [de frijoles que son rojos]. Haga esto 100 veces y grafique el resultando de la distribución muestral de $P_m$ como un histograma. Observe la distribución muestral y conteste las siguientes preguntas *sin realizar cálculos.*

*a*) Dé un estimado de la proporción de frijoles rojos en la población (es decir, el parámetro para la caja entera, $P_u$).
*b*) Dé un estimado del error estándar de esta distribución muestral (es decir, $\sigma_p$).
*c*) Use su conocimiento básico de la curva normal para describir qué tan a menudo los resultados de la muestra ocurren dentro de 1, 2 y 3 errores estándar hacia ambos lados.
*d*) De esta experiencia de contar frijoles, ¿qué aprendió usted respecto de la dinámica del muestreo de variables nominales?

6. Siga las instrucciones para el ejercicio 5, excepto que ahora tome dos cucharadas para cada muestra.
7. Produzca una distribución muestral de la proporción de caras en el lanzamiento repetido de 10 monedas. Utilice monedas pequeñas. Láncelas al mismo tiempo. Haga esto 100 veces.

*a*) Para cada lanzamiento, cuente el número de "caras" y registre el resultado por medio de una diagonal (/) en la columna A de la tabla inferior. A esto se le llama gráfico de tallo y hojas.
*b*) Después de los 100 lanzamientos, cuente los tallos y registre la frecuencia de cada combinación de caras en la columna B (por ejemplo, ~~////~~ / / = 7 veces).
*c*) Grafique la distribución muestral resultante de los lanzamientos en papel cuadriculado como un histograma de frecuencia.
*d*) Calcule la probabilidad de cada resultado muestral y regístrelo bajo la columna C como "*p* del resultado".
*e*) Demuestre su imaginación estadística describiendo en términos cotidianos por qué la distribución muestral tomó esa forma.

| Núm. de caras | (A) Gráfico de tallo y hojas de frecuencias | (B) Frecuencias de ocurrencia registradas | (C) *p* del resultado |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |

8. Siga las instrucciones del ejercicio 7 excepto que ahora lance 8 monedas en lugar de 10.



9. Produzca una distribución muestral de medias para una muestra de tamaño 31. (*Nota:* Este problema es menos pesado si se hace como un proyecto de grupo en el aula o en el laboratorio.)

*a*) Usando la tabla de números aleatorios (tabla estadística A del apéndice B), seleccione al azar 31 dígitos; es decir, $X$ = un dígito. Calcule la media de esta muestra y regístrela con dos posiciones decimales. Haga esto 100 veces para obtener 100 medias de la muestra ($\bar{X}$) de $n = 31$.
*b*) En papel cuadriculado, trace un histograma de esta distribución muestral.
*c*) A partir de la observación (sin realizar cálculos) proporcione un estimado de la media de la población de dígitos aleatorios ($\mu_X$) de una tabla de números aleatorios.
*d*) A partir de la observación (sin realizar cálculos) proporcione un estimado del error estándar ($s_{\bar{X}}$) de esta distribución muestral.
*e*) Utilice su conocimiento básico de la curva aproximadamente normal para describir qué tan a menudo los resultados de la muestra ocurren dentro de 1, 2 y 3 errores estándar hacia ambos lados.
*f*) A partir de esta experiencia sobre muestreo repetido, ¿qué aprendió usted respecto de la dinámica del muestreo de variables de intervalo/razón?

10. Siga las instrucciones del ejercicio 9 excepto que ahora emplee un tamaño de muestra de 37 en lugar de 31.
11. Para convencerse de que una distribución muestral de medias para muestras pequeñas es más plana que una distribución normal, repita el ejercicio 9, *a*, *b* y *c*, excepto en que esta vez haga 100 muestras de seis dígitos aleatorios solos (es decir, $n = 6$). Compare la forma de la distribución con la del ejercicio 9 y analice el resultado en términos de grados de libertad.
12. Para convencerse de que una distribución muestral de medias para muestras pequeñas es más plana que una distribución normal, repita el ejercicio 9 o 10, *a*, *b* y *c*, excepto en que esta vez haga 100 muestras de cuatro dígitos aleatorios (es decir, $n = 4$). Compare la forma de la distribución con la del ejercicio 9 o 10 y analice el resultado en términos de grados de libertad.
13. Obtenga un par de dados de juego de seis lados. Láncelos 100 veces. Calcule la frecuencia de cada resultado registrando los resultados en un gráfico de tallo y hojas usando marcas inclinadas (por ejemplo, ~~////~~ / = 6 veces).

*a*) Grafique la distribución muestral resultante de los lanzamientos en papel cuadriculado como un histograma de frecuencias.
*b*) Calcule la probabilidad de cada resultado muestral.
*c*) Comente sobre el patrón general de los resultados.

14. Siga las instrucciones en el ejercicio 13, excepto que ahora lance los dados 120 veces en lugar de 100 veces.
15. Usted quiere describir la distribución muestral de la proporción de personas que están satisfechas con los servicios recibidos de un corredor de bolsa. Usted obtiene una muestra aleatoria de 40 de los clientes del corredor, los encuesta y encuentra que 36 están satisfechos.

a) ¿Sería apropiado usar una distribución aproximadamente normal para describir la distribución muestral? ¿Por qué?
b) Al considerar que esta proporción de aquellos sujetos que están satisfechos es una buena estimación para la población de corredores, ¿qué tan grande se requiere que sea una muestra para usar una curva aproximadamente normal como una descripción de esta distribución muestral?

16. Usted va a describir una distribución muestral de la proporción de personas satisfechas con respecto a lo rápido que el servicio de recaudación de su país les entregó las devoluciones de sus impuestos. Usted obtiene una muestra aleatoria de 20 personas que recibieron sus devoluciones y encuentra que 16 están satisfechas.

a) ¿Sería apropiado usar una distribución aproximadamente normal para describir la distribución muestral? ¿Por qué?
b) Al suponer que esta proporción de aquellos sujetos que están satisfechos es una buena estimación para la población de los que recibieron devoluciones, ¿qué tan grande se requiere que sea una muestra para usar una curva aproximadamente normal como una descripción de esta distribución muestral?

## Aplicaciones opcionales en computadora para el capítulo 7

Si su clase usa las aplicaciones opcionales en computadora que acompañan este texto, abra los ejercicios del capítulo 7 en el disco compacto *Computer Aplications For The Statistical Imagination*. Estos ejercicios implican la producción de distribuciones muestrales usando el generador de números aleatorios de la computadora. Estos ejercicios reforzarán su comprensión acerca de las distribuciones muestrales y le ayudarán a lograr un sentido de proporción respecto de la relación entre el tamaño de la muestra y el error de muestreo.

CAPÍTULO

# 8

# ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO USANDO INTERVALOS DE CONFIANZA