a) ¿Sería apropiado usar una distribución aproximadamente normal para describir la distribución muestral? ¿Por qué?
b) Al considerar que esta proporción de aquellos sujetos que están satisfechos es una buena estimación para la población de corredores, ¿qué tan grande se requiere que sea una muestra para usar una curva aproximadamente normal como una descripción de esta distribución muestral?

16. Usted va a describir una distribución muestral de la proporción de personas satisfechas con respecto a lo rápido que el servicio de recaudación de su país les entregó las devoluciones de sus impuestos. Usted obtiene una muestra aleatoria de 20 personas que recibieron sus devoluciones y encuentra que 16 están satisfechas.

a) ¿Sería apropiado usar una distribución aproximadamente normal para describir la distribución muestral? ¿Por qué?
b) Al suponer que esta proporción de aquellos sujetos que están satisfechos es una buena estimación para la población de los que recibieron devoluciones, ¿qué tan grande se requiere que sea una muestra para usar una curva aproximadamente normal como una descripción de esta distribución muestral?

Aplicaciones opcionales en computadora para el capítulo 7

Si su clase usa las aplicaciones opcionales en computadora que acompañan este texto, abra los ejercicios del capítulo 7 en el disco compacto *Computer Aplications For The Statistical Imagination*. Estos ejercicios implican la producción de distribuciones muestrales usando el generador de números aleatorios de la computadora. Estos ejercicios reforzarán su comprensión acerca de las distribuciones muestrales y le ayudarán a lograr un sentido de proporción respecto de la relación entre el tamaño de la muestra y el error de muestreo.

CAPÍTULO

8

KITCHEY

ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO USANDO INTERVALOS DE CONFIANZA

74

Introducción

Anoche Kristi asistió a un concierto de rock en el estadio deportivo de su escuela. Al regresar al vestíbulo de la residencia, descubrió que en el alboroto del evento había perdido un anillo de bajo costo pero con valor sentimental, heredado de su abuela. Ha pasado la mayor parte del día de hoy buscándolo en el campo del estadio y ha empezado a perder la esperanza de hallarlo. Se está haciendo tarde y, para empeorar las cosas, el césped será cortado por la mañana; lo cual seguramente destruirá su anillo y quizá enfade a su abuela. Por último, Kristi recuerda que su amiga Sarah tiene un detector de metales y la llama. El detector de metales de Sarah no es muy adecuado para apuntar con precisión objetos, pero es bastante confiable dentro de un margen de error. Específicamente, el detector emite una señal sonora cuando está dentro de las cinco yardas alrededor de un objeto de metal. Sarah llega y pasea por el campo con su detector de metales y éste emite una señal sonora. Pero, entonces, dice a Kristi que debe irse a ver a un amigo para cenar. Kristi se pregunta: "¿Dónde está mi anillo?" Sarah le dice que mire en un par de yardas a cualquier lado de la línea de la yarda 50, cerca de la marca más lejana. Kristi pregunta: "¿Estás segura de que lo encontraré?" Sarah responde que su detector es preciso dentro de cinco yardas el 95 por ciento de las veces. Sarah está bastante segura —95 por ciento—, así que le apuesta a Kristi una cena a que encontrará el anillo. Sarah no puede señalar el lugar exacto del anillo; pero tiene un alto grado de confianza de que esté dentro del área de cuatro yardas que describió. (Kristi, a propósito, encontró su anillo en unos cuantos minutos e invitó a Sarah una comida mexicana la noche siguiente.)

Buscar la ubicación de un objeto es similar a estimar el valor de un parámetro poblacional usando los estadísticos de una muestra. Como lo aprendimos en el capítulo 7, los estadísticos de una muestra son estimaciones —cálculos que sólo caen cerca del valor del parámetro poblacional verdadero—, así como el detector de metales de Sarah sólo llevó a Kristi cerca de la ubicación de su anillo. ¿Podemos hacer como Sarah y no sólo señalar a un punto, sino también establecer una extensión confiable del área, dentro de la cual buscar un parámetro? Por ejemplo, ¿es posible tomar una muestra de alumnos de décimo grado y estimar su altura media

75

dentro de una pulgada —una estimación puntual con media pulgada de más o de menos (por decir, 67.5 pulgadas ± .5 pulgada)—? Nuestra conclusión sería que la altura media está entre 67 y 68 pulgadas —aunque no sea exacta es cercana—. ¿Y nos es posible, como a Sarah, declarar que tenemos 95 por ciento de confianza de este intervalo estimado? Como se comentó en el capítulo 7, el muestreo repetido revela que cualquier estimación puntual sólo nos acerca cuando se estima un parámetro poblacional, así como Sarah señaló un lugar en el campo. En este capítulo aprendemos a establecer con confianza qué tan cerca está dicha estimación puntual del parámetro verdadero *dentro de un rango de error*, así como Sarah envió a Kristi a buscar dentro de dos yardas a cualquier lado del punto donde el detector emitió la señal. Dicha estimación se denomina intervalo de confianza.

Un intervalo de confianza es *un rango de valores posibles de un parámetro expresado con un grado específico de confianza*. Con intervalos de confianza tomamos una estimación puntual y la acoplamos con lo que sabemos sobre distribuciones muestrales. Proyectamos un margen conocido, calculable —o "intervalo"— de error alrededor de la estimación puntual. Por ejemplo, donde X = calificación promedio (CP), suponga que tomamos una muestra de 300 estudiantes de la universidad local y calculamos una media muestral CP($\bar{X}$) de 2.46. Nuestro conocimiento sobre el muestreo repetido y las distribuciones muestrales nos dice que este estadístico de la muestra debe estar cerca del parámetro verdadero de la población. ¿Qué tan cerca? En el capítulo 7 vimos que una distribución muestral de medias, producida a partir del muestreo repetido en una población, toma la forma de una curva de distribución t aproximadamente normal. De hecho, con 120 grados de libertad o más (es decir, cuando $n > 121$), la distribución muestral es perceptivamente normal; en esencia tiene la forma de la curva normal. Con una muestra de 300 estudiantes de esta universidad, informamos los resultados del muestreo repetido de una manera distributiva y decimos, por ejemplo, que 95 por ciento de las muestras caen dentro de 1.96 errores estándar del parámetro verdadero. Si interpretamos este porcentaje de una manera probabilística diríamos que *si tomamos sólo una muestra*, existe 95 por ciento de probabilidad de que la media de esta muestra única caiga dentro de 1.96 errores estándar del parámetro, cualquiera que sea éste. Tal error predecible, el producto de 1.96 por el error estándar, se llama término del error de un intervalo de confianza al 95 por ciento para esta situación, cuando n es mayor que 121. Este término del error nos permite proporcionar una interpretación probabilística del cálculo de una muestra única.

Intervalo de confianza

Rango de valores posibles de un parámetro expresado con un grado específico de confianza.

Al calcular intervalos de confianza, *no* tomamos muestras repetidamente, ni graficamos ni calculamos áreas bajo una curva de distribución muestral. En cambio, extraemos sólo una muestra y calculamos una estimación puntual como la media.

Después, calculamos un error estándar y lo multiplicamos por 1.96 u otra puntuación t crítica, que se escoge con base en el número de grados de libertad. El resultado es un rango del error basado en el conocimiento de la previsibilidad del error del muestreo repetido. Entonces sumamos y restamos esta cantidad a la estimación puntual, para obtener un intervalo, dentro del cual es probable que caiga el parámetro. Este término del error es "más menos" una cantidad de error (así como Sarah dijo que buscara en un par de yardas hacia cualquier lado de la yarda 50). Por ejemplo, si calculamos el intervalo de confianza al 95 por ciento de la CP de los estudiantes de la universidad local, nuestra respuesta quizá tome la forma de un intervalo de valores, por decir, 2.16 a 2.76 puntos de la CP —la media muestral de 2.46 (una estimación puntual) más menos .30 (un término del error)—. El resultado es una estimación del intervalo de la media verdadera de la CP (μ_X), un rango de valores de la CP, en donde es probable que caiga la media verdadera del campus. Aunque no digamos que conocemos el valor exacto de la calificación media del grupo total de estudiantes, estamos 95 por ciento seguros de que este parámetro oscila entre 2.16 y 2.76. El valor calculado de 2.16 establece el límite inferior de confianza (LIC), el valor más pequeño que pensamos que podría tener μ_X. De manera semejante, 2.76 establece el límite superior de confianza (LSC), el valor más alto que pensamos que podría tener μ_X. Reconocemos que la media poblacional de la CP podría ser tan baja como 2.16 o tan alta como 2.76 o caer en cualquier sitio entre ellos. Es decir, μ_X sería 2.16, 2.17, 2.18, 2.28, 2.34 o cualquier valor hasta 2.76. No insistimos que hayamos encontrado el valor exacto más de lo que Sarah insistió que encontraría el sitio exacto donde estaba el anillo de Kristi. Pero, como Sarah, apostaríamos con 95 por ciento de confianza que el intervalo calculado comprende el valor poblacional verdadero. El objetivo al calcular un intervalo de confianza, entonces, consiste en estimar un parámetro de población dentro de un margen específico o "intervalo" de valores.

Propósito de calcular un intervalo de confianza

Proporcionar una estimación intervalar del valor de un parámetro desconocido de la población y expresar con precisión la confianza que tenemos de que el parámetro caiga dentro de ese intervalo.

Calcular un intervalo de confianza es como lanzar una red de pesca dentro de un estanque en donde sólo hay un pez. La ubicación del pez representa el parámetro desconocido. ¿Está a 10 pies de la orilla, a 20 pies o a 30 pies, etcétera? Tenemos una oportunidad para lanzar la red y deseamos tener el 95 por ciento de confianza de atrapar al pez. Una estimación puntual de la ubicación proporciona algo de información, diciéndonos en qué parte del estanque lanzar la red, a lo largo de una plataforma que esté por la orilla. Calcular el intervalo de confianza nos indica qué tan lejos lanzar la red. Nuestro nivel estipulado de confianza nos dice nuestra proporción de éxito —qué tan a menudo atraparemos al pez si usamos una red de cierta anchura: el ancho del intervalo de confianza calculado—. El nivel de confianza es *un grado de confianza calculado de que un procedimiento estadístico realizado con los datos de la muestra producirá un resultado correcto para la población muestreada.*

Nivel de confianza

Grado de confianza calculado de que un procedimiento estadístico realizado con los datos de la muestra producirá un resultado correcto para la población muestreada.

Intervalo de confianza de una media poblacional

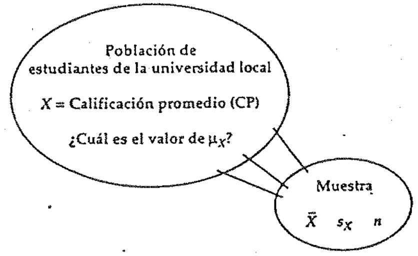
Para cualquier variable X de intervalo/razón (u ordinal de tipo intervalo), como la CP, partimos con el objetivo de estimar la media de una población. La pregunta que deseamos contestar es: ¿cuál es el valor de μ_X? Los estadísticos de la muestra son herramientas que utilizamos para obtener dicha estimación, lo cual se ilustra en la figura 8-1.

Suponga, por ejemplo, que estudiamos la estructura salarial de una planta industrial que emplea a varios miles de ensambladores de computadoras, pero no tenemos acceso a todos los archivos de la compañía. Obtenemos una muestra aleatoria de 130 archivos del personal con datos de salarios por hora, una variable de razón X. Nuestro propósito consiste en utilizar estos datos de la muestra para realizar declaraciones sobre la población entera de ensambladores de computadoras. Así, calculamos un intervalo de confianza para el salario medio, μ_X, de todos los ensambladores. Nuestra pregunta de investigación es: dentro de un margen específico de cantidades en dólares, ¿cuál es el parámetro μ_X, el salario medio por hora de *la población* de ensambladores de computadoras? ¿Está entre, por decir, \$9 y \$10, o entre \$14 y \$15, o dónde? Con un intervalo de confianza al 95 por ciento, estaremos un 95 por ciento seguros de que el salario medio está dentro del margen de cantidades en dólares que calculamos.

Al confiar en una muestra, sabemos que existe un error en nuestra conclusión, porque conocemos el error de muestreo. De hecho, la única manera de estar absolutamente seguros, o 100 por ciento seguros, consiste en eliminar cualquier error

FIGURA 8-1

Uso de los estadísticos de la muestra para obtener una estimación intervalar de un parámetro poblacional para una variable X de intervalo/razón = CP



Conclusión sobre μ_X, con base en la observación de $\bar{X}$: Estamos 95 por ciento seguros de que la media CP de los estudiantes de la universidad local está entre 2.16 y 2.76.

76

de muestreo recogiendo datos de la población entera, y calculando el parámetro correcto μ_X. Esto resulta muy costoso y consume bastante tiempo. Así, acordamos emplear una muestra, sabiendo que tendremos algún grado de error en nuestra conclusión. Por fortuna, la cantidad de este error esperado es conocida. El nivel de error esperado es la *diferencia entre el nivel de confianza determinado y la "confianza perfecta" del 100 por ciento*. En otras palabras, si estamos 95 por ciento seguros respecto de nuestra conclusión, quedamos 5 por ciento inseguros de ella. Así, tenemos un 5 por ciento de nivel de error esperado.

Al calcular un intervalo de confianza, empleamos la letra griega *alfa* (α) para simbolizar el nivel de error esperado. Éste también se llama nivel de significancia, término que se cubre completamente en el capítulo 9. Del capítulo 7 recuerde que las probabilidades α son regiones críticas —cantidades importantes de área en las colas de una curva de distribución muestral—. Al calcular el intervalo de confianza al 95 por ciento, nuestro nivel de significancia o error esperado es de 5 por ciento:

$$\text{Nivel de confianza} = 95\%$$

$$\begin{aligned}\text{Nivel de significancia (error esperado)} = \alpha &= 100\% - \text{nivel de confianza}\\ &= 100\% - 95\% = 5\%\end{aligned}$$

En general, el nivel de confianza y el nivel de significancia están inversamente relacionados: cuando uno aumenta, el otro disminuye. Juntos, el nivel de confianza y el nivel de significancia suman 100 por ciento. Así:

Cálculo del nivel de confianza y del nivel de significancia

$$\text{Nivel de confianza} = 100\% - \alpha$$

Por consiguiente,

$$\alpha = 100\% - \text{nivel de confianza}$$

donde

$$\alpha = \text{nivel de significancia (o error esperado)}$$

Para calcular un intervalo de confianza, calculamos un error estándar. Entonces, mediante la tabla de distribución t (tabla estadística C en el apéndice B), obtenemos la puntuación t crítica (el t_α) que corresponde al número de grados de libertad $(n-1)$ y a un nivel de significancia o error esperado (α) escogido. Multiplicamos t_α por el error estándar para obtener un "término del error". Después sumamos y restamos este término del error a la media de la muestra. El margen de valores resultante constituye una estimación del intervalo de confianza de la media poblacional:

$$\text{Intervalo de confianza} = \text{una estimación puntual} \pm \text{un término del error}$$

77

Cálculo del error estándar para un intervalo de confianza de una media poblacional

El propósito de un intervalo de confianza consiste en determinar una aproximación del parámetro de la población. El parámetro, entonces, es desconocido. Para una variable de intervalo/razón, tanto la media como la desviación estándar de la población son desconocidas. Por consiguiente, debemos usar la desviación estándar de la muestra para estimar el error estándar de la media. Recuerde del capítulo 7 que este error estándar estimado se obtiene como sigue:

Cálculo del error estándar (estimado) de un intervalo de confianza de una media poblacional

$$s_{\bar{X}} = \frac{s_X}{\sqrt{n-1}}$$

donde

$s_{\bar{X}}$ = error estándar estimado de medias para una variable X de intervalo/razón u ordinal de tipo intervalo

s_X = desviación estándar de una muestra

n = tamaño de la muestra

En esta fórmula, se resta 1 de n para ajustar los cálculos por el error de estimación —el hecho de que el error estándar se estime con datos de la muestra.

Selección de la puntuación crítica de probabilidad, t_α

El valor particular de t_α depende del número de grados de libertad implicados por el tamaño de la muestra, con $gl = n - 1$. Puesto que los intervalos de confianza siempre se calculan utilizando ambos lados de la curva de la distribución muestral, el valor t_α se encuentra en las cuatro columnas del lado izquierdo de la tabla de la distribución t (tabla estadística C en el apéndice B) bajo los encabezados "prueba de dos colas o no direccional". Los valores t_α para los intervalos de confianza para el nivel del 95 por ciento se encuentran en la columna ".05" bajo el encabezado "Nivel de significancia". Este .05 se refiere al 5 por ciento de error esperado. Para un intervalo de confianza al 99 por ciento, el t_α se encuentra bajo la columna .01 (es decir, 1 por ciento de error esperado). Aquí hay algunos ejemplos de valores t_α tomados de la tabla de distribución t:

Ejemplo 1: Determinamos el nivel de confianza al 95 por ciento y $n = 15$.

$$gl = n - 1 = 14$$

$$\begin{aligned}\text{El nivel de significancia, } \alpha &= 100\% - \text{nivel de confianza}\\ &= 100\% - 95\% = 5\% = .05\end{aligned}$$

Mire debajo de .05 y 14 grados de libertad: $t_\alpha = 2.145$.

Ejemplo 2: Determinamos el nivel de confianza al 99 por ciento y $n = 19$.

$$gl = n - 1 = 18$$

El nivel de significancia, α = 100% – nivel de confianza
= 100% – 99% = 1% = .01

Mire debajo de .01 y 18 grados de libertad: t_α = 2.878.

Ejemplo 3: Determinamos el nivel de confianza al 95 por ciento y $n = 130$.

$$gl = n - 1 = 129$$

En la tabla de la distribución t, esto representa esencialmente un número infinito de grados de libertad (∞).

El nivel de significancia, α = 100% – nivel de confianza
= 100% – 95% = 5% = .05

Mire debajo de .05 y ∞ grados de libertad: t_α = 1.96.

El t_α de 1.96 se usa muy a menudo. Como lo notamos en el capítulo 7, cuando tenemos más de 120 grados de libertad, las puntuaciones estandarizadas de la curva de la distribución t aproximadamente normal están tan cerca de los valores de una distribución normal que la diferencia es imperceptible. Estas t_α de "muestras grandes" son iguales que las Z_α críticas de una distribución normal (revise la tabla 7–1). Puesto que no es raro tener muestras mayores que 121, el t_α de 1.96 (95 por ciento de nivel de confianza) y 2.58 (99 por ciento de nivel de confianza) se usan con frecuencia.

Cálculo del término del error

Una vez que se calcula el error estándar, se multiplica por t_α para obtener el término del error.

Cálculo del término del error de un intervalo de confianza de una media poblacional

Término del error = $(t_\alpha)(s_{\bar{X}})$

donde

α = nivel de significancia (o error esperado)
t_α = puntuación t crítica que corresponde a los niveles de significancia y confianza establecidos y al número de grados de libertad
$s_{\bar{X}}$ = error estándar estimado de un intervalo de confianza de la media

Cálculo del intervalo de confianza

Teniendo presente que un intervalo de confianza de una media poblacional es una media muestral más menos un término del error, la fórmula general para calcular el intervalo de confianza de una media poblacional es como sigue:

Cálculo de un intervalo de confianza (IC) de una media poblacional

$$(100\% - \alpha)\ IC \text{ de } \mu_X = \bar{X} \pm (t_\alpha)(s_{\bar{X}})$$

donde

α = nivel de significancia (o error esperado, expresado como un porcentaje)
$(100\% - \alpha)$ = nivel de confianza
IC de μ_X = "intervalo de confianza de una media poblacional"
$\bar{X}$ = media de la muestra
t_α = puntuación t crítica que corresponde al nivel de significancia y confianza establecidos y al número de grados de libertad
$s_{\bar{X}}$ = error estándar (estimado) de un intervalo de confianza de la media

De nuevo, dos intervalos de confianza comúnmente informados son los intervalos al 95 por ciento y al 99 por ciento. En la situación común donde el tamaño de muestra de n es mayor que 121 —y por consiguiente los grados de libertad son mayores que 120— se emplean las siguientes fórmulas:

Cálculo de intervalos de confianza al 95 y 99 por ciento de una media poblacional para una situación común (donde $n > 120$)

$$IC\ 95\% \text{ de } \mu_X = \bar{X} \pm (1.96)(s_{\bar{X}})$$

e

$$IC\ 99\% \text{ de } \mu_X = \bar{X} \pm (2.58)(s_{\bar{X}})$$

donde

X = una variable de intervalo/razón
IC 95% de μ_X = "Intervalo de confianza al 95% de la media poblacional de X"
IC 99% de μ_X = "Intervalo de confianza al 99% de la media poblacional de X"
$\bar{X}$ = media de la muestra
$s_{\bar{X}}$ = Error estándar estimado de la media

Cuándo calcular un intervalo de confianza de una media poblacional

1. La pregunta de investigación requiere la estimación de un parámetro poblacional.
2. La variable de interés (X) es del nivel de medición de intervalo/razón (o una variable ordinal de tipo intervalo). Entonces, debemos proporcionar un estimado intervalar del valor de un parámetro poblacional μ_X.
3. Estamos trabajando con una sola muestra representativa de una población.

Los cinco pasos para calcular un intervalo de confianza de una media poblacional, μ_x

Calcularemos intervalos de confianza siguiendo estos cinco pasos: 1) Enuncie la pregunta de investigación, identifique el nivel de medición de la variable, liste las "especificaciones" y elabore un diagrama (como la figura 8-1) que represente la población de interés, su parámetro a ser estimado, la muestra y sus estadísticos; 2) calcule el error estándar y el término del error; 3) usando la fórmula general para intervalos de confianza, calcule el LIC y el LSC; 4) proporcione una interpretación de los resultados en lenguaje cotidiano dirigido a individuos y grupos que saben poco sobre estadística (por ejemplo, administradores de universidades o compañías, funcionarios de la ciudad, reporteros de noticias y el público en general), y 5) proporcione una interpretación estadística que ilustre la noción de "confianza en el procedimiento". La siguiente lista de verificación sirve para recordar tales pasos.

Lista breve de verificación de los cinco pasos para calcular intervalos de confianza

Paso 1. Enuncie la pregunta de investigación, identifique el nivel de medición de la variable, liste las "especificaciones" y elabore un diagrama conceptual de la población y muestra de interés (como en la figura 8-1).
Paso 2. Calcule el error estándar y el término del error.
Paso 3. Calcule el LIC y el LSC del intervalo de confianza.
Paso 4. Proporcione una interpretación en lenguaje cotidiano.
Paso 5. Proporcione una interpretación estadística que ilustre la noción de "confianza en el procedimiento".

Resolución de un problema de estimación de un intervalo de confianza de una media poblacional con una muestra

Realicemos un problema con una muestra y analicemos lo que son los intervalos de confianza y cómo se interpretan.

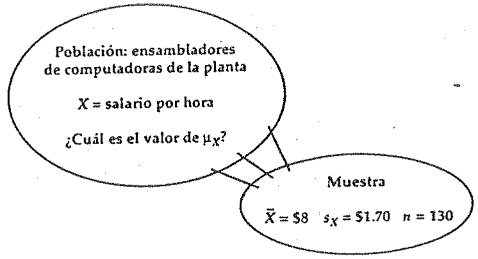
Problema: Estamos realizando un estudio sobre la estructura salarial de una planta industrial que emplea a varios miles de ensambladores de computadoras. Necesitamos obtener una idea general del salario medio por hora de esta población de

78

ensambladores. Seleccionamos aleatoriamente 130 expedientes del personal y registramos los salarios por hora. En esta muestra encontramos una media de $8.00 y una desviación estándar de $1.70. Calcule el intervalo de confianza al 95 por ciento para el salario medio por hora de los ensambladores de la planta. (Al resolver un problema, no es necesario señalar las instrucciones que se mencionan en paréntesis.)

Paso 1. Pregunta de investigación: dentro de un margen específico de cantidades en dólares, ¿cuál es el parámetro, μ_X, el salario medio por hora de la población de ensambladores de computadoras? *Especificaciones:* X = salario por hora, nivel de intervalo/razón; población de interés = ensambladores de computadoras de la planta. Estadísticos de la muestra:

$$n = 130 \quad \bar{X} = \$8.00 \quad s_X = \$1.70$$



Paso 2 (error estándar, puntuación *t* crítica y término del error)

$$s_{\bar{X}} = \frac{s_X}{\sqrt{n-1}} = \frac{1.70}{\sqrt{129}} = \$.15$$

$$gl = n - 1 = 130 - 1 = 129$$

Para tener 95 por ciento de confianza, $t_\alpha = 1.96$.

(De la tabla de la distribución *t*: el nivel de confianza al 95 por ciento corresponde al nivel de significancia de .05; $gl = \infty$; t_α crítico = 1.96).

$$\text{Término del error} = (t_\alpha)\,(s_{\bar{X}}) = (1.96)\,(\$.15) = \$.29$$

Paso 3 (LIC y LSC).

$$\begin{aligned} IC\ 95\%\ \text{de}\ \mu_X &= \bar{X} \pm (1.96)\,(s_{\bar{X}}) \\ &= \text{media de la muestra} \pm \text{término del error} \\ &= \$8.00 \pm (1.96)\,(\$.15) = \$8.00 \pm \$.29 \\ LIC &= \$8.00 - \$.29 = \$7.71 \\ LSC &= \$8.00 + \$.29 = \$8.29 \end{aligned}$$

Paso 4 (interpretación en lenguaje cotidiano)

"Estoy 95 por ciento seguro de que el salario medio por hora de los ensambladores de computadoras de la planta está entre $7.71 y $8.29."

Paso 5 (interpretación estadística que ilustra la noción de "confianza en el procedimiento")

"Si el mismo muestreo y procedimientos estadísticos se realizan 100 veces, el parámetro verdadero poblacional μ_X se incluirá 95 veces en los intervalos calculados, y 5 veces no sucederá así. Así, yo tengo 95 por ciento de confianza de que este único intervalo de confianza que calculé incluye el parámetro verdadero."

Interpretación apropiada de los intervalos de confianza

Cuando declaramos "estoy 95 por ciento seguro", *en realidad estamos expresando confianza en nuestro método.* Para el problema del ejemplo anterior, esto se enuncia como la interpretación estadística de nuestros resultados. Para un intervalo de confianza de la media al 95%, nuestra interpretación estadística es: si el mismo muestreo y procedimientos estadísticos se realizan 100 veces, la media poblacional verdadera μ_X se incluirá 95 veces en los intervalos calculados. Recuerde que, ya que no recabamos los datos para cada miembro de la población, no podemos declarar un valor exacto verdadero, de la media poblacional (el parámetro). Por consiguiente, existe la posibilidad de que el intervalo de confianza calculado no incluya el parámetro verdadero. Para regresar a nuestra analogía de la pesca, no sabemos exactamente dónde se localiza el pez. Podemos lanzar la red y no capturarlo. Con un intervalo de confianza al 95 por ciento, esta oportunidad de fracaso es de 5 por ciento (100 por ciento − 95 por ciento = 5 por ciento), el nivel de significancia (o error esperado). Como vamos a lanzar la red sólo una vez, nuestro conocimiento sobre el error de muestreo y su previsibilidad con una curva aproximadamente normal nos asegura que si la lanzáramos 100 veces, capturaríamos al pez 95 veces. A la larga, un intervalo de confianza al 95 por ciento con base en una sola muestra es correcto el 95 por ciento de las veces.

Para entender apropiadamente los intervalos de confianza debemos usar la imaginación estadística y emplear lo que sabemos sobre muestreo repetido, distribuciones muestrales y teoría de la probabilidad. La figura 8-2 ilustra la noción del muestreo repetido *y* el cálculo de intervalos de confianza para una muestra cuyo tamaño sea mayor que 121. Noventa y cinco de cada 100 medias muestrales resultarán en valores dentro de 1.96 errores estándar de la media poblacional verdadera. La figura 8-2 transmite la noción de que el procedimiento estadístico de calcular repetidamente intervalos de confianza produce que la media poblacional verdadera caiga dentro del intervalo, un predecible 95 por ciento de las veces (19 veces de 20). Esto significa, por supuesto, que el intervalo de confianza calculado no captará el parámetro correcto un predecible 5 por ciento de las veces (como es el caso para la muestra número 7). ¿Qué muestras aciertan y fallan? *Para las 95 medias dentro de*

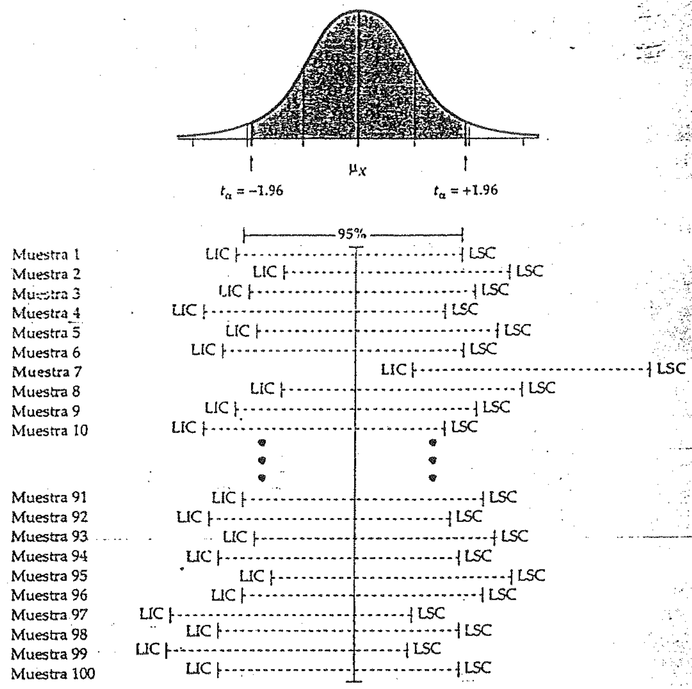
FIGURA 8-2

La tasa de éxito de un intervalo de confianza al 95 por ciento para proporcionar un intervalo estimado que incluya el valor del parámetro verdadero de la población

μ_X = media desconocida de X en la población (es decir, el parámetro)

LIC = límite inferior de confianza
LSC = límite superior de confianza

Imaginemos que tomamos 100 muestras con un tamaño de, por decir, 122. Calculamos $\overline{X}$ para cada muestra y graficamos los resultados como una distribución muestral. Esta distribución será aproximadamente normal en su forma, con medias de la muestra centradas en el valor del parámetro verdadero de la población, μ_X (cualquiera que sea el valor). Puesto que tenemos más de 120 grados de libertad, una puntuación t crítica de ±1.96 deja 5 por ciento del área en las colas de la curva y 95 por ciento en medio. Así, 95 por ciento de estas medias caen dentro de 1.96 errores estándar del parámetro verdadero, como se ilustra en la curva aproximadamente normal de abajo. Imaginemos también que calculamos intervalos de confianza al 95 por ciento para cada una de estas 100 medias de la muestra. Para las 95 medias que calculamos dentro de 1.96 errores estándar, sus intervalos de confianza se extenderán lo suficiente para incluir (o "captar") el parámetro verdadero, μ_X. Para las cinco medias de la muestra fuera de 1.96 errores estándar, sus intervalos de confianza calculados *no* se extenderán ampliamente para captar el parámetro verdadero. En otras palabras, el procedimiento para calcular un intervalo de confianza al 95 por ciento funciona el 95 por ciento de las veces. En el siguiente diagrama se presentan 20 de 100 muestras con sus intervalos de confianza calculados. Noventa y cinco por ciento (19 de 20) incluyen el parámetro de población (μ_X). La muestra número 7 ilustra el único intervalo de 20 (es decir, 5 por ciento) que no capta la media poblacional.



80

1.96 errores estándar, los intervalos de confianza calculados incluirán el parámetro verdadero de la población —su media verdadera—. Para las cinco medias que resultan fuera de 1.96 errores estándar, el intervalo de confianza calculado perderá el verdadero parámetro. En la vida real, tomamos sólo una muestra y calculamos su intervalo de confianza. Estamos confiando en la probabilidad de que esta muestra única sea una de las 95 que caen dentro de 1.96 errores estándar del parámetro verdadero. Si esto se cumple, el intervalo de confianza comprende el parámetro verdadero, μ_X. Por supuesto, aun no conocemos el parámetro verdadero y nuestro intervalo de confianza es sólo un estimado del intervalo; algunas veces esta estimación es bastante amplia. Nunca conoceremos el parámetro verdadero μ_X a menos que tengamos el tiempo y el dinero suficientes para obtener datos de cada uno de los miembros de la población; no obstante un pronóstico de 95 de 100 es bastante bueno.

El nivel de confianza escogido y la precisión del intervalo de confianza

Para la muestra de 130 ensambladores de computadoras, elegimos el nivel de 95 por ciento de confianza y nos valemos de la puntuación *t* crítica de 1.96 para calcular el término del error. El empleo de puntuaciones *t* al calcular intervalos de confianza se relaciona con nuestro conocimiento de las distribuciones muestrales del muestreo repetido. En el capítulo 7 aprendimos que si tomamos muchas muestras y calculamos sus medias (como hizo nuestro ancestro el cuenta arroces), la distribución muestral será una distribución *t* aproximadamente normal. Las puntuaciones *t* (como las puntuaciones Z en la tabla de la distribución normal) miden qué tan lejos está una media muestral de la media poblacional verdadera. Con la ayuda de una tabla de probabilidad de la distribución *t*, estas puntuaciones determinan la probabilidad de ocurrencia de los resultados del muestreo.

Al calcular un intervalo de confianza, *una vez que se ha extraído una muestra*, su media, su desviación estándar y su tamaño son "especificaciones". Es decir, no podemos deshacernos de ellos. Tales especificaciones determinan el error estándar del intervalo de confianza y, por consiguiente, influencian grandemente la amplitud del intervalo de confianza calculado. Si la desviación estándar es grande o el tamaño de la muestra es pequeño, el intervalo de confianza resultará amplio; por tanto, no será muy preciso. Después de que la muestra es "especificada", sin embargo, tal vez aún influyamos en la precisión de un intervalo de confianza a través de nuestra elección del nivel de confianza. El nivel de confianza elegido determina el tamaño de la puntuación *t* crítica (es decir, t_α de la tabla de la distribución *t*). Cuanto mayor sea el nivel de confianza escogido, mayor será t_α. Por consiguiente, en el cálculo de los límites de confianza, un valor t_α grande produce un término del error grande y un intervalo de confianza menos preciso (o más amplio).

Por ejemplo, sustituyamos un valor t_α de 2.58 en lugar de 1.96 en el problema del ejemplo del intervalo de confianza del salario medio de los ensambladores de computadoras. En la tabla de la distribución *t*, éste es el valor t_α que corresponde a un intervalo de confianza al 99 por ciento con una muestra de 130, esencialmente un número infinito de grados de libertad:

$$IC\ 99\%\ \text{de}\ \mu_X = \bar{X} \pm (2.58)\,(s_{\bar{X}}) = \$8.00 \pm (2.58)\,(\$\ .15)$$
$$= \$8.00 \pm \$\ .39 = \$7.61\ \text{a}\ \$8.39$$

Comparando los dos intervalos de confianza, observamos que tenemos mayor confianza en el nivel de 99 por ciento, pero que nuestra estimación es menos precisa:

IC 95% de μ_X = $7.71 a $8.29; este intervalo tiene una amplitud de $ .58

IC 99% de μ_X = $7.61 a $8.39; este intervalo tiene una amplitud de $ .78

Cuanto mayor sea el nivel de confianza establecido, mayor será el término del error y, por consiguiente, menos preciso será el intervalo de confianza.

> **La relación entre el nivel de confianza y el grado de precisión**
>
> Mientras mayor sea el nivel de confianza establecido, menos preciso será el intervalo de confianza.

Esto tiene sentido. Si vamos a tener mucha fe (o confianza) en una respuesta, debemos asegurarlo permitiendo bastante error. Por ejemplo, quizá diríamos que estamos 99.9999 por ciento seguros (y estaríamos dispuestos a apostar $100 a nuestra respuesta) de que el salario medio de los ensambladores de computadoras está entre $3 y $100 por hora. En esta situación absurda estamos seguros; pero el grado de precisión es tan bajo que no tiene sentido. Por otro lado, si proporcionamos una estimación con un grado alto de precisión de, por decir, 10 centavos —$7.95 a $8.05—, no apostaríamos demasiado. Para volver una vez más a la analogía de la pesca, alguien podría decir que está 100 por ciento seguro de que el pez está entre una orilla y la otra; pero esta "ayuda" es tan vaga que resulta inútil. Por otra parte, si preguntáramos si el pez estaba entre nosotros y unos 20 pasos a lo lejos, alguien podría responder "no estoy tan seguro".

El tamaño de la muestra y la precisión del intervalo de confianza

Existe una manera para obtener un alto grado de precisión y simultáneamente mantener un alto nivel de confianza: *antes de recolectar los datos asegúrese* de que el tamaño de la muestra sea suficientemente grande para generar errores estándares pequeños e intervalos de confianza precisos. Para apreciar qué tan importante es una muestra grande, veamos cómo una muestra pequeña afecta la amplitud de un intervalo de confianza.

Como explicamos en el capítulo 7, debido a que la media es susceptible a la distorsión por las puntuaciones extremas, el error de muestreo es especialmente notorio si $n \leq 120$ y es marcadamente notorio cuando $n \leq 30$. Calculemos de nuevo el intervalo de confianza al 95 por ciento para la población de ensambladores de computadoras; pero con una muestra de 15 en lugar de 130. Para determinar el valor crítico de t_α, calculamos los grados de libertad:

$$gl = n - 1 = 15 - 1 = 14$$

Observe la tabla de la distribución t para 14 grados de libertad y $\alpha = .05$ hasta encontrar el valor t_α de 2.145. Este valor t_α se sustituye en la ecuación, en lugar del valor t_α de 1.96 que utilizamos antes con la muestra de 130. Cuando multiplicamos este valor crítico más grande por el error estándar, obtenemos un término del error más grande y un intervalo de confianza menos preciso. Esto se debe al hecho de que aun cuando la desviación estándar es la misma para esta muestra más pequeña, el error estándar originará un valor más grande. Como se ha dicho, una muestra más pequeña infla el término del error y reduce la precisión del intervalo de confianza.

$$s_{\bar{X}} = \frac{s_X}{\sqrt{n-1}} = \frac{170}{\sqrt{14}} = \$\ .45$$

$$\text{Término del error} = (t_\alpha)\,(s_{\bar{X}}) = (2.145)\,(\$\ .45) = \$\ .96$$

$$IC\ 95\%\ \text{de}\ \mu_X = \bar{X} \pm (t_\alpha)\,(s_{\bar{X}})$$
$$= \$8.00 \pm (2.145)\,(\$\ .45)$$
$$= \$8.00 \pm \$0.96 = \$7.04 \text{ a } \$8.96$$

Al comparar esta muestra de 15 con la muestra de 130, notamos que la estimación de la muestra más pequeña es menos precisa:

Con $n = 130$, el IC al 95 por ciento μ_X = \$7.71 a \$8.29, este intervalo tiene una amplitud de \$ .58.

Con $n = 15$, el IC al 95 por ciento μ_X = \$7.04 a \$8.96; este intervalo tiene una amplitud de \$1.92.

El intervalo de confianza más preciso para la muestra de $n = 130$ ofrece un sentido intuitivo y precede a la ley de los números grandes (capítulo 7). A mayor tamaño de la muestra, menor será el error de muestreo y, por consiguiente, mayor será la precisión del intervalo de confianza.

La relación entre el tamaño de la muestra y el grado de precisión

A mayor tamaño de la muestra, más preciso será el intervalo de confianza.

Intervalo de confianza de una proporción poblacional con una muestra grande

Con variables de nivel nominal/ordinal, los intervalos de confianza proporcionan una estimación de la proporción de una población que cae en la categoría "éxito" de la variable. Supongamos que estamos dirigiendo la encuesta para la elección del

candidato político Chantrise Jones. Deseamos obtener una estimación intervalar de su apoyo, aplicando una encuesta telefónica de probables votantes, dos días antes de la elección. Definimos: $P = p$ [de votantes probables que apoyan a Chantrise]. Por supuesto, no podemos permitirnos el lujo de encuestar a todos los votantes probables; así, hacemos una muestra. La proporción de la muestra, P_m, sirve para estimar el parámetro de la población, P_u, dentro de un intervalo con un error de muestreo calculado. Así como en el caso de los intervalos de confianza de la media, usamos un estadístico de la muestra, P_m, como una estimación puntual de P_u y después sumamos y restamos un término del error. La fórmula completa para calcular el intervalo de confianza de la proporción poblacional es

$$(100\% - \alpha)\ IC\ \text{de}\ P_u = P_m \pm (t_\alpha)\,(s_{P_m})$$

$$= \text{proporción de la muestra} \pm \text{término del error}$$

Aquí $P = p$ [de la categoría de éxito] de una variable nominal/ordinal, α = nivel de significancia (o error esperado). $(100\% - \alpha)$ = nivel de confianza, IC de P_u léase como "intervalo de confianza de una proporción de la población", P_m = proporción de la muestra, t_α = puntuación t crítica (de la tabla de la distribución t) que corresponde al nivel de confianza y significancia establecidas y s_{P_m} = error estándar estimado de un intervalo de confianza de una proporción.

Aquí están las circunstancias en las que es adecuado calcular un intervalo de confianza de una proporción de la población:

Cuándo calcular un intervalo de confianza de una proporción poblacional (para una variable nominal/ordinal)

1. Requerimos proporcionar una estimación intervalar del valor de un parámetro de la población, P_u, donde $P = p$ [de la categoría de éxito] de una variable nominal/ordinal.
2. Tenemos una sola muestra representativa de una población.
3. El tamaño de la muestra (n) es suficientemente grande de modo que $(p_{menor})\,(n) \geq 5$, lo que produce una distribución muestral que es aproximadamente normal.

El requisito de que el tamaño de la muestra (n) sea suficientemente grande para que $(p_{menor})\,(n) \geq 5$ es la única restricción acerca del tamaño de la muestra. Una vez que esto se establece, tratamos a la curva de la distribución muestral como si estuviera basada en un tamaño de muestra infinito y, de esta forma, con un número infinito de grados de libertad. Así, al calcular cualquier intervalo de confianza de una proporción poblacional, los valores t críticos siempre se tomarán de la fila "$gl = \infty$" de la tabla de la distribución t. El valor t_α crítico para un intervalo de confianza al 95 por ciento siempre será ±1.96, y para el intervalo de confianza al 99 por ciento será ±2.58.

Calculamos un error estándar con base en datos de la muestra (como en el capítulo 7) y hacemos lo propio con el término del error de la siguiente manera:

B2

Cálculo del error estándar de un intervalo de confianza de una proporción de la población (para una variable nominal/ordinal)

$$s_{P_m} = \sqrt{\frac{P_m Q_m}{n}}$$

donde

s_{P_m} = error estándar estimado de proporciones para una variable nominal con $P = p$ [de la categoría de éxito]
$P_m = p$ [de la categoría de éxito en la muestra]
$Q_m = p$ [de la categoría de fracaso en la muestra] $= 1 - P_m$
n = tamaño de la muestra

Cálculo del término del error de un intervalo de confianza de una proporción de la población

$$\text{Término del error} = (t_\alpha)(s_{P_m})$$

donde

α = nivel de significancia (o error esperado)
t_α = puntuación t crítica que corresponde al nivel de confianza y significancia establecidos con grados de libertad $= \infty$
s_{P_m} = error estándar estimado de proporciones para una variable nominal/ordinal, donde $P = p$ [de la categoría de éxito]

Puesto que t_α siempre vendrá de la línea inferior de la tabla de la distribución t, siempre vamos a emplear una de las siguientes dos ecuaciones:

Cálculo de intervalos de confianza al 95 y 99 por ciento de una proporción de la población, cuando $(p_{menor})(n) \geq 5$ (para una variable nominal/ordinal)

$$IC\ 95\%\ \text{de}\ P_u = P_m \pm (1.96)(s_{P_m})$$

e

$$IC\ 99\%\ \text{de}\ P_u = P_m \pm (2.58)(s_{P_m})$$

donde

$P = p$ [de la categoría de éxito] de una variable nominal/ordinal
IC 95% de P_u = intervalo de confianza al 95 por ciento de una proporción de la población
IC 99% de P_u = intervalo de confianza al 99 por ciento de una proporción de la población
P_m = proporción de la muestra
s_{P_m} = error estándar estimado de un intervalo de confianza de una proporción

Como vimos en el capítulo 7, una distribución muestral de proporciones está distribuida de una manera aproximadamente normal sólo cuando el valor menor de P_m y Q_m por n es mayor o igual a 5. Esta restricción cuenta para ambos tamaños de la muestra y errores de estimación. Si $(p_{menor})(n) < 5$, la mejor solución consiste en aumentar el tamaño de la muestra.

Resolución de un problema de estimación de un intervalo de confianza de una proporción poblacional con una muestra

Problema: Trabajamos para Chantrise Jones, quien se postula para el Senado de Estados Unidos, y estamos a dos días de la elección. Con el 95 por ciento de confianza, ella quiere saber si tiene probabilidad de ganar. ¿Cuál es su nivel de apoyo entre los probables votantes? En una encuesta telefónica de 1 393 probables votantes, 752 indican que piensan votar por ella. Empezamos repasando la lista de verificación de los cinco pasos para calcular intervalos de confianza.

Breve lista de verificación de cinco pasos para calcular intervalos de confianza

Paso 1. Enuncie la pregunta de investigación, identifique el nivel de medición de la variable, liste las "especificaciones" y elabore un diagrama conceptual de la población y muestra de interés (como en la figura 8-1).
Paso 2. Calcule el error estándar y término del error.
Paso 3. Calcule el LIC y el LSC del intervalo de confianza.
Paso 4. Proporcione una interpretación en lenguaje cotidiano.
Paso 5. Proporcione una interpretación estadística que ilustre la noción de "confianza en el procedimiento".

83

Paso 1. Pregunta de investigación: Con 95 por ciento de confianza, ¿podemos concluir que es probable que Chantrise Jones gane la elección? Es decir, ¿parece probable que obtenga más del .50 (50 por ciento) de los votos? Dentro de un rango específico de porcentaje de apoyo, ¿cuál es el parámetro P_u, la proporción de la población de votantes probables que piensan votar por Chantrise Jones? *Especificaciones:* Una variable nominal de una sola muestra. *Población de interés* = votantes probables.

$P = p$ [de votantes probables que apoyan a Chantrise]
$Q = p$ [de votantes probables que apoyan a alguien más]
Muestra: $n = 1\,393$ votantes probable # apoyando a Chantrise = 752

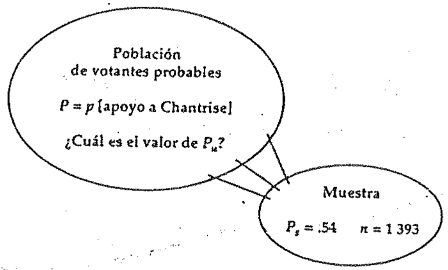
$$P_m = \frac{\text{\# que apoyan a Chantrise}}{\text{número total de votos registrados}} = \frac{752}{1\,393} = .54$$

$$Q_m = 1 - P_m = 1 - .54 = .46$$

[Verifique si n es lo bastante grande. Vea sí $(p_{menor})\,(n) > 5$.]

$$(p_{menor})\,(n) = (.46)\,(1\,393) = 640.78 \quad 640.78 > 5$$

(Así, usamos la puntuación crítica $t_\alpha = 1.96$):



Paso 2 (error estándar y término del error):

$$s_{P_s} = \sqrt{\frac{P_s Q_s}{n}} = \sqrt{\frac{(.54)(.46)}{1\,393}} = .0134$$

Para alcanzar el 95 por ciento de confianza, $t_\alpha = 1.96$ (de la tabla de la distribución t, $\alpha = .05$, $gl = \infty$).

$$\text{Término del error} = (t_\alpha)\,(s_{P_s}) = (1.96)\,(.0134) = .0263$$

Paso 3 (el LIC y LSC del intervalo de confianza):

$$\begin{aligned} IC\ 95\% \text{ de } P_u &= P_m \pm (1.96)\,(s_{P_s}) \\ &= .54 \pm (1.96)\,(.0134) \\ &= .54 \pm .0263 \\ &= \text{proporción de la muestra} \pm \text{término del error} \end{aligned}$$

$$LIC = .54 - .0263 = .5137 = 51.37\%$$
$$LCS = .54 + .0263 = .5663 = 56.63\%$$

Paso 4 (interpretación en lenguaje cotidiano):

> "Estoy 95 por ciento seguro de que el porcentaje de votantes probables que apoyan a Chantrise Jones está entre 51 y 57 por ciento." Las posibilidades de ganar de Chantrise son buenas. Si la elección fuera hoy, conseguiría por lo menos 51 por ciento de los votos. (*Nota:* Redondeamos a un porcentaje entero para el beneficio del público en general.)

Paso 5 (interpretación estadística que ilustre la noción de "confianza en el procedimiento"):

> "Si los mismos muestreos y procedimientos estadísticos se realizan 100 veces, en 95 de ellos el parámetro verdadero de la población, P_u, se incluirá en los intervalos calculados y 5 veces no sucederá así. Así, estoy 95 por ciento seguro de que el único intervalo de confianza que calculé incluye el parámetro verdadero".

Elección del tamaño de la muestra para encuestas, sondeos y estudios de investigación

Tamaño de la muestra para un intervalo de confianza de una proporción poblacional

Una pregunta que todo investigador encuentra es: ¿qué tan grande es la muestra que necesito? Como recién aprendimos, el tamaño de la muestra es un componente importante en el tamaño de un error estándar. En las ecuaciones del error estándar para medias y proporciones, el tamaño de la muestra (n) está en el denominador de las ecuaciones. Así, un tamaño grande de la muestra es mejor, porque producirá un error estándar pequeño. Sin embargo, debido a los factores de costo, no es posible escoger un tamaño enorme de la muestra. No obstante, podemos elegir un tamaño de muestra *apropiado* para el grado de precisión que deseamos para los resultados reportados. El grado de precisión depende de los objetivos de la investigación, la cantidad de tiempo y el dinero disponible para la investigación, entre otras consideraciones. Por ejemplo, una empresa de encuestas políticas quizás en un principio trabaje con muestras pequeñas; pero tal vez aumente el tamaño de la muestra para mejorar su precisión cuando la elección se aproxime. Dependiendo de tales problemas, elegimos informar los resultados con más menos 1 por ciento de error, 3 por ciento de error, 5 por ciento de error, y así sucesivamente. La precisión elegida tiene su fundamento en el tamaño del término del error de la ecuación del intervalo de confianza.

Demostremos la elección del tamaño de la muestra para un intervalo de confianza de proporciones. Las variables de nivel nominal/ordinal, como la proporción de votantes probables que apoyan a un candidato o un asunto, son ampliamente utilizadas en las encuestas políticas. Una norma tradicional en estas encuestas, así como en sondeos de mercadotecnia, consiste en reportar los resultados con 95 por ciento de confianza y 3 por ciento de rango de error (es decir, un intervalo de confianza al 95 por ciento con ±3 por ciento). Una vez elegido el tamaño del término del error, el tamaño de la muestra requerido para alcanzar ese nivel de error se determina resolviendo n en la ecuación del término del error. El término del error para un intervalo de confianza de proporciones se desarrolla como sigue:

$$\text{Término del error} = (t_\alpha)(s_{p_s}) = (t_\alpha)\sqrt{\frac{P_sQ_s}{n}}$$

Al despejar esta fórmula queda la siguiente ecuación para calcular el tamaño de la muestra requerido:

Cálculo del tamaño de la muestra para el intervalo de confianza de una proporción poblacional (para una variable nominal/ordinal)

$$n = \frac{(P_sQ_s)(t_\alpha)^2}{\text{Término del error}^2}$$

donde

n = tamaño de la muestra requerido
t_α = puntuación t que corresponde al nivel de confianza y significancia establecidos (por ejemplo, t_α = 1.96 para un nivel de confianza del 95%)
P_m = p [de la categoría de éxito en la muestra]
Q_m = p [de la categoría de fracaso en la muestra]
Término del error = precisión deseada en los resultados que se van a reportar

Para resolver n, es necesario conocer los demás términos en la ecuación o, por otra parte, deben estimarse. *Escogemos* el nivel de confianza que determina t_α, que se encuentra en la parte inferior de la tabla de distribución t. Si elegimos el nivel de 95 por ciento, t_α = 1.96. También escogemos el grado de precisión —qué tan grande queremos que sea el término del error—. Por ejemplo, sería factible escoger el tradicional ±3 por ciento (es decir, ±.03). Puesto que todavía no hemos recolectado datos, debemos estimar P_m y Q_m para las variables importantes en el estudio, tales como el porcentaje de apoyo a un candidato. Estas cifras podrían estimarse con base a la investigación anterior. Si tal investigación no está disponible, una estimación conservadora sería establecer P_m en .5. Puesto que $Q_m = 1 - P_m$, entonces Q_m también será estimado en .5. (Tales estimaciones son conservadoras en el sentido de que errarán al grado máximo posible; es decir, el 3 por ciento del error reportado será el escenario en el peor de los casos, donde el error se reporta en exceso en lugar

de minimizarse.) Con todos los términos previamente desconocidos aho[illegible] ficados, resolvamos para obtener el tamaño de la muestra requerido, c[illegible] seamos ±3 por ciento de error en el nivel de confianza al 95 por ciento:

$$n = \frac{(P_m Q_m)(t_\alpha)^2}{\text{Término del error}^2} = \frac{(.5)(.5)(1.96)^2}{.03^2} = 1\,067 \text{ encuestados}$$

Observamos que se requiere un tamaño de la muestra considerable para [illegible] cierto de error reportado en el nivel de confianza al 95 por ciento. Debido a[illegible] costo que implica realizar un muestreo, muchas empresas encuestadoras han [illegible] pezado a conformarse con muestras más pequeñas y un error más grande (c[illegible] ±5 por ciento). Esto es especialmente válido en encuestas telefónicas noctur[illegible] cuyos costos han aumentado como resultado de retrasos ocasionados al encon[illegible] máquinas contestadoras y teléfonos celulares.

Tamaño de la muestra para un intervalo de confianza de una media poblacional

Decidir sobre el tamaño de la muestra para intervalos de confianza de la medi[illegible] resulta similar al procedimiento para proporciones: resolvamos la ecuación del tér[illegible] mino del error para obtener n:

Cálculo del tamaño de la muestra para un intervalo de confianza de una media poblacional (para una variable de intervalo/razón)

$$n = \frac{(t_\alpha)^2(s_X)^2}{\text{Término del error}^2} + 1$$

donde

n = tamaño de la muestra requerido
t_α = puntuación t que corresponde al nivel de confianza y error esperado establecidos
s_X = desviación estándar de una muestra para la variable X
Término del error = precisión deseada en los resultados que se van a reportar

Al resolver para n en esta ecuación, debemos especificar todos los términos, excepto n. Somos libres de escoger el nivel de confianza y obtener su valor crítico, t_α. Sin embargo, esta puntuación t, depende del tamaño de la muestra y del número de grados de libertad. También se ve influida por el error de estimación (es decir, usando datos de la muestra para estimar errores estándar). Así, reduzcamos el error de estimación asumiendo que usaremos una muestra de 121 o más. Esto nos da un número infinito de grados de libertad en la tabla de la distribución t con un t_α

85

Paso 1. Pregunta de investigación: Con 95 por ciento de confianza, ¿podemos concluir que es probable que Chantrise Jones gane la elección? Es decir, ¿parece probable que obtenga más del .50 (50 por ciento) de los votos? Dentro de un rango específico de porcentaje de apoyo, ¿cuál es el parámetro P_u, la proporción de la población de votantes probables que piensan votar por Chantrise Jones? *Especificaciones:* Una variable nominal de una sola muestra. *Población de interés* = votantes probables.

$P = p$ [de votantes probables que apoyan a Chantrise]
$Q = p$ [de votantes probables que apoyan a alguien más]
Muestra: n = 1 393 votantes probable # apoyando a Chantrise = 752

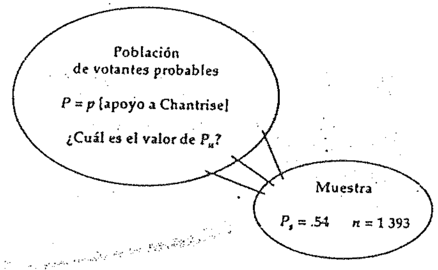
$$P_m = \frac{\text{\# que apoyan a Chantrise}}{\text{número total de votos registrados}} = \frac{752}{1\,393} = .54$$

$$Q_m = 1 - P_m = 1 - .54 = .46$$

[Verifique si n es lo bastante grande. Vea si $(p_{menor})\,(n) > 5$.]

$$(p_{menor})\,(n) = (.46)\,(1\,393) = 640.78 \quad 640.78 > 5$$

(Así, usamos la puntuación crítica $t_\alpha = 1.96$):



Paso 2 (error estándar y término del error):

$$s_{P_s} = \sqrt{\frac{P_s Q_s}{n}} = \sqrt{\frac{(.54)(.46)}{1\,393}} = .0134$$

Para alcanzar el 95 por ciento de confianza, $t_\alpha = 1.96$ (de la tabla de la distribución t, $\alpha = .05$, $gl = \infty$).

$$\text{Término del error} = (t_\alpha)\,(s_{P_s}) = (1.96)\,(.0134) = .0263$$

Paso 3 (el LIC y LSC del intervalo de confianza):

$$\begin{aligned}
IC\ 95\%\ \text{de}\ P_u &= P_m \pm (1.96)\,(s_{P_s})\\
&= .54 \pm (1.96)\,(.0134)\\
&= .54 \pm .0263\\
&= \text{proporción de la muestra} \pm \text{término del error}\\
LIC &= .54 - .0263 = .5137 = 51.37\%\\
LCS &= .54 + .0263 = .5663 = 56.63\%
\end{aligned}$$

Paso 4 (interpretación en lenguaje cotidiano):

"Estoy 95 por ciento seguro de que el porcentaje de votantes probables que apoyan a Chantrise Jones está entre 51 y 57 por ciento." Las posibilidades de ganar de Chantrise son buenas. Si la elección fuera hoy, conseguiría por lo menos 51 por ciento de los votos. (*Nota:* Redondeamos a un porcentaje entero para el beneficio del público en general.)

Paso 5 (interpretación estadística que ilustre la noción de "confianza en el procedimiento"):

"Si los mismos muestreos y procedimientos estadísticos se realizan 100 veces, en 95 de ellos el parámetro verdadero de la población, P_u, se incluirá en los intervalos calculados y 5 veces no sucederá así. Así, estoy 95 por ciento seguro de que el único intervalo de confianza que calculé incluye el parámetro verdadero".

Elección del tamaño de la muestra para encuestas, sondeos y estudios de investigación

Tamaño de la muestra para un intervalo de confianza de una proporción poblacional

Una pregunta que todo investigador encuentra es: ¿qué tan grande es la muestra que necesito? Como recién aprendimos, el tamaño de la muestra es un componente importante en el tamaño de un error estándar. En las ecuaciones del error estándar para medias y proporciones, el tamaño de la muestra (n) está en el denominador de las ecuaciones. Así, un tamaño grande de la muestra es mejor, porque producirá un error estándar pequeño. Sin embargo, debido a los factores de costo, no es posible escoger un tamaño enorme de la muestra. No obstante, podemos elegir un tamaño de muestra *apropiado* para el grado de precisión que deseamos para los resultados reportados. El grado de precisión depende de los objetivos de la investigación, la cantidad de tiempo y el dinero disponible para la investigación, entre otras consideraciones. Por ejemplo, una empresa de encuestas políticas quizás en un principio trabaje con muestras pequeñas; pero tal vez aumente el tamaño de la muestra para mejorar su precisión cuando la elección se aproxime. Dependiendo de tales problemas, elegimos informar los resultados con más menos 1 por ciento de error, 3 por ciento de error, 5 por ciento de error, y así sucesivamente. La precisión elegida tiene su fundamento en el tamaño del término del error de la ecuación del intervalo de confianza.

Demostremos la elección del tamaño de la muestra para un intervalo de confianza de proporciones. Las variables de nivel nominal/ordinal, como la propor-

84

ción de votantes probables que apoyan a un candidato o un asunto, son ampliamente utilizadas en las encuestas políticas. Una norma tradicional en estas encuestas, así como en sondeos de mercadotecnia, consiste en reportar los resultados con 95 por ciento de confianza y 3 por ciento de rango de error (es decir, un intervalo de confianza al 95 por ciento con ±3 por ciento). Una vez elegido el tamaño del término del error, el tamaño de la muestra requerido para alcanzar ese nivel de error se determina resolviendo n en la ecuación del término del error. El término del error para un intervalo de confianza de proporciones se desarrolla como sigue:

$$\text{Término del error} = (t_\alpha)\,(s_{p_s}) = (t_\alpha)\sqrt{\frac{P_sQ_s}{n}}$$

Al despejar esta fórmula queda la siguiente ecuación para calcular el tamaño de la muestra requerido:

Cálculo del tamaño de la muestra para el intervalo de confianza de una proporción poblacional (para una variable nominal/ordinal)

$$n = \frac{(P_sQ_s)(t_\alpha)^2}{\text{Término del error}^2}$$

donde

n = tamaño de la muestra requerido
t_α = puntuación t que corresponde al nivel de confianza y significancia establecidos (por ejemplo, $t_\alpha = 1.96$ para un nivel de confianza del 95%)
P_m = p [de la categoría de éxito en la muestra]
Q_m = p [de la categoría de fracaso en la muestra]
Término del error = precisión deseada en los resultados que se van a reportar

Para resolver n, es necesario conocer los demás términos en la ecuación o, por otra parte, deben estimarse. *Escogemos* el nivel de confianza que determina t_α, que se encuentra en la parte inferior de la tabla de distribución t. Si elegimos el nivel de 95 por ciento, $t_\alpha = 1.96$. También escogemos el grado de precisión —qué tan grande queremos que sea el término del error—. Por ejemplo, sería factible escoger el tradicional ±3 por ciento (es decir, ±.03). Puesto que todavía no hemos recolectado datos, debemos estimar P_m y Q_m para las variables importantes en el estudio, tales como el porcentaje de apoyo a un candidato. Estas cifras podrían estimarse con base a la investigación anterior. Si tal investigación no está disponible, una estimación conservadora sería establecer P_m en .5. Puesto que $Q_m = 1 - P_m$, entonces Q_m también será estimado en .5. (Tales estimaciones son conservadoras en el sentido de que errarán al grado máximo posible; es decir, el 3 por ciento del error reportado será el escenario en el peor de los casos, donde el error se reporta en exceso en lugar

de minimizarse.) Con todos los términos previamente desconocidos ahora especificados, resolvamos para obtener el tamaño de la muestra requerido, cuando deseamos ±3 por ciento de error en el nivel de confianza al 95 por ciento:

$$n = \frac{(P_m Q_m)\,(t_\alpha)^2}{\text{Término del error}^2} = \frac{(.5)\,(.5)\,(1.96)^2}{.03^2} = 1\,067 \text{ encuestados}$$

Observamos que se requiere un tamaño de la muestra considerable para un 3 por cierto de error reportado en el nivel de confianza al 95 por ciento. Debido al alto costo que implica realizar un muestreo, muchas empresas encuestadoras han empezado a conformarse con muestras más pequeñas y un error más grande (como ±5 por ciento). Esto es especialmente válido en encuestas telefónicas nocturnas, cuyos costos han aumentado como resultado de retrasos ocasionados al encontrar máquinas contestadoras y teléfonos celulares.

Tamaño de la muestra para un intervalo de confianza de una media poblacional

Decidir sobre el tamaño de la muestra para intervalos de confianza de la media resulta similar al procedimiento para proporciones: resolvamos la ecuación del término del error para obtener n:

Cálculo del tamaño de la muestra para un intervalo de confianza de una media poblacional (para una variable de intervalo/razón)

$$n = \frac{(t_\alpha)^2\,(s_X)^2}{\text{Término del error}^2} + 1$$

donde

n = tamaño de la muestra requerido
t_α = puntuación t que corresponde al nivel de confianza y error esperado establecidos
s_X = desviación estándar de una muestra para la variable X
Término del error = precisión deseada en los resultados que se van a reportar

Al resolver para n en esta ecuación, debemos especificar todos los términos, excepto n. Somos libres de escoger el nivel de confianza y obtener su valor crítico, t_α. Sin embargo, esta puntuación t, depende del tamaño de la muestra y del número de grados de libertad. También se ve influida por el error de estimación (es decir, usando datos de la muestra para estimar errores estándar). Así, reduzcamos el error de estimación asumiendo que usaremos una muestra de 121 o más. Esto nos da un número infinito de grados de libertad en la tabla de la distribución t con un t_α

185

crítico, de 1.96 (para el nivel de confianza al 95 por ciento) o 2.58 (para el nivel de confianza al 99 por ciento). También escogemos el tamaño del término del error, de acuerdo con las circunstancias de la investigación. Puesto que es probable que el proyecto de investigación tenga muchas variables de intervalo/razón, es común que dicha estimación se realice para una variable *dependiente* de nivel de intervalo/razón que es central a la investigación. La investigación anterior normalmente revela qué tan pequeño se tolera un término del error. Por ejemplo, si vamos a realizar un muestreo de muchachas adolescentes con desórdenes alimenticios y supervisar su fluctuación de peso, una diferencia en peso de cuatro libras sería importante para predecir el riesgo serio de padecer otras enfermedades. Así, para obtener resultados prácticos, deseamos un término del error no mayor de cuatro libras. Puesto que no hemos recolectado datos todavía, debemos estimar la magnitud que probablemente tenga la desviación estándar (s_X) de la muestra. Dicha estimación también se toma de investigaciones anteriores, que es probable que revelen una media y una desviación estándar consistentes. Por ejemplo, tal investigación mostraría que 25 libras son una buena estimación de la desviación estándar. Con tales estimaciones a la mano, estamos listos para proyectar el tamaño de muestra necesario para un intervalo de confianza al 95 por ciento, con un error de ± cuatro libras:

$$n = \frac{(t_\alpha)^2 (s_X)^2}{\text{término del error}^2} + 1 = \frac{(1.96)^2 (25)^2}{(4)^2} + 1 = 151 \text{ sujetos del estudio}$$

Este tamaño de la muestra sería un mínimo. Otras consideraciones podrían requerir casos adicionales.

Cuándo usar un intervalo de confianza en lugar de una prueba de hipótesis

Un intervalo de confianza se usa para estimar un parámetro poblacional *cuando no tenemos ninguna idea* de cuál es el valor del parámetro. Simplemente estamos interesados en usar estadísticos de la muestra para encontrar y estimar los valores de los parámetros poblacionales. Por ejemplo, *con un intervalo de confianza*, la pregunta central sería: ¿cuál es la calificación promedio del conjunto de estudiantes de la universidad estatal? Con pruebas de hipótesis que se analizan en el capítulo 9 empezamos con un valor meta para el parámetro. *Con una prueba de hipótesis*, la pregunta central sería: ¿es la calificación promedio del conjunto estudiantil de la universidad estatal mayor que 3.0 (o algún otro valor seleccionado)? Esta distinción será más clara una vez que aprendamos a probar hipótesis. De momento, tenga presente que un intervalo de confianza responde a la pregunta de la investigación: ¿en qué consiste una buena estimación del parámetro de una variable?

86

☹ INSENSATEZ Y FALACIAS ESTADÍSTICAS ☹

Una lección que aprender al interpretar intervalos de confianza

Un intervalo de confianza hace referencia al tamaño de los parámetros, no de las puntuaciones individuales: pensar en términos de puntuaciones individuales, resulta una mala interpretación común de la naturaleza de los intervalos de confianza. En el ejemplo de un intervalo de confianza del salario medio de los ensambladores de computadoras de una planta, declaramos: "estoy 95 por ciento seguro de que el *salario medio por hora* de los ensambladores oscila entre $7.71 y $8.29" ¡*No estamos diciendo* que 95 por ciento de los ensambladores ganan salarios entre esos dos números! Si nuestro propósito hubiera sido describir un margen de puntuaciones donde cayeran 95 por ciento de los ensambladores, habríamos utilizado la desviación estándar de la muestra —no el error estándar— para realizar semejante proyección (como en el capítulo 6). El intervalo de confianza hace referencia a las cuestiones de estadísticas sumarias, no de puntuaciones individuales.

También debemos tener cuidado para no empezar a tratar nuestra media muestral como si fuera la de la población en sí misma. En el capítulo 7 aprendimos que el muestreo repetido produce una distribución muestral con medias de la muestra centradas en la media poblacional, μ_X. Pero sería erróneo tomar una sola media de la muestra, $\overline{X}$, de nuestro estudio y tratarla como si las demás medias muestrales se centraran alrededor de ésta. En otras palabras, con un intervalo de confianza, *no* estamos diciendo que el 95 por ciento de las muestras repetidas tendrán medias entre los límites de confianza superior e inferior calculados *de esta media de la muestra única*. Es alrededor de la media poblacional desconocida donde caen otras muestras. La interpretación del intervalo de confianza se basa en nuestra muestra única, y es poco probable que su media iguale la media poblacional. En resumen, el intervalo de confianza simplemente nos ofrece un margen de posibles valores para el parámetro desconocido de la población.

Fórmulas en el capítulo 8

Cálculo de un intervalo de confianza de una media poblacional

Especificación: una variable X de intervalo/razón (o una ordinal tipo intervalo)

Pregunta de investigación: ¿cuál es el valor de la media poblacional, μ_X?

$$IC\ 95\%\ \text{de}\ \mu_X = \overline{X} \pm (t_\alpha = .05)\,(s_{\overline{X}})$$
$$IC\ 99\%\ \text{de}\ \mu_X = \overline{X} \pm (t_\alpha = .01)\,(s_{\overline{X}})$$

$$s_{\overline{X}} = \frac{s_X}{\sqrt{n-1}} \qquad gl = n - 1 \text{ (encuentre } t_\alpha \text{ en la tabla de distribución } t\text{)}$$

Cálculo del intervalo de confianza de una proporción poblacional (cuando $[(p_{menor})(n)] \geq 5$)

Especificación: una variable nominal/ordinal con $P = p$ [de la categoría de éxito]

Pregunta de investigación: ¿cuál es el valor de la proporción poblacional, P_u?

$$IC\ 95\%\ \text{de}\ P_u = P_m \pm (1.96)\ (s_{P_s})$$
$$IC\ 99\%\ \text{de}\ P_u = P_m \pm (2.58)\ (s_{P_s})$$

$$s_{P_m} = \sqrt{\frac{P_m Q_m}{n}}$$

Cálculo del tamaño de la muestra para un intervalo de confianza de una media poblacional (para una variable de intervalo/razón):

$$n = \frac{(t_\alpha)^2\ (s_X)^2}{\text{término del error}^2} + 1$$

Tamaño de la muestra para el intervalo de confianza de una proporción poblacional (para una variable nominal/ordinal):

$$n = \frac{(P_m\ Q_m)\ (t_\alpha)^2}{\text{término del error}^2}$$

Preguntas para el capítulo 8

1. En lenguaje cotidiano, ¿qué es un intervalo de confianza?
2. ¿Cuál es el propósito de calcular un intervalo de confianza?
3. Al calcular un intervalo de confianza, ¿cuáles son los dos factores que comprende el tamaño del intervalo de confianza?
4. Al calcular intervalos de confianza, ¿cuál es la relación entre el tamaño de la muestra y el tamaño del error estándar?
5. Al calcular intervalos de confianza, ¿cuál es la relación entre el tamaño del intervalo de confianza y la puntuación t empleada para calcularlo?
6. Elabore la interpretación estadística de cualquier intervalo de confianza para el cual usted tiene 99 por ciento de confianza.
7. Mencione los cinco pasos para calcular un intervalo de confianza.
8. El nivel de significancia (o error esperado) en el cálculo de un intervalo de confianza se simboliza por la letra griega α. Matemáticamente, ¿cuál es la relación entre α y el nivel de confianza?

Ejercicios para el capítulo 8

1. Siguiendo los cinco pasos para calcular un intervalo de confianza, calcule e interprete el intervalo de confianza al 95 por ciento para los siguientes datos:

X = edad	n = 189 ejecutivos corporativos
Media = 57 años	Desviación estándar = 9 años

2. Siguiendo los cinco pasos para determinar un intervalo de confianza, calcule e interprete el intervalo de confianza al 95 por ciento para los siguientes datos (ficticios) sobre una muestra aleatoria de hombres en un estudio de nutrición nacional:

X = peso	n = 147 hombres
Media = 174 libras	Desviación estándar = 6 libras

3. Vuelva a realizar los últimos tres pasos para calcular un intervalo de confianza al 99 por ciento con los datos en el ejercicio 1. Compare los resultados con la respuesta del ejercicio 1 y coméntelo.
4. Vuelva a realizar los últimos tres pasos para calcular un intervalo de confianza para obtener el intervalo de confianza al 99 por ciento con los datos en el ejercicio 2. Compare los resultados con la respuesta del ejercicio 2 y coméntelo.
5. Usted necesita calcular una estimación del intervalo de los ingresos medios de proyectistas urbanos en 150 Áreas Estadísticas Metropolitanas (AEM) en Sun Belt. Obtiene una muestra aleatoria de 214 proyectistas urbanos y encuentra un ingreso medio de $43 571 con una desviación estándar de $4 792. Siguiendo los cinco pasos, construya el intervalo de confianza al 99 por ciento. Como parte del paso 4, explique sus resultados al director del Departamento de Estudios Urbanos en la universidad local.
6. La Dra. Latisia Latham, consejera matrimonial, aplica la Escala de Angustia Global (EAG) que mide la discordia matrimonial global. Consiste en 43 preguntas de tipo verdadero/falso con una puntuación total combinada para los dos compañeros (Snyder, Willis y Grady-Fletcher, 1991). Ella le pide a usted calcular una estimación general de la puntuación promedio de su clientela. Usted obtiene una muestra aleatoria de 25 parejas y encuentra una puntuación EAG media de 59 con una desviación estándar de 5.2. Siguiendo los cinco pasos, proporcione un intervalo de confianza al 95 por ciento de la puntuación EAG media de los clientes de la Dra. Latham.
7. Es el año 2010 y usted trabaja para la Presidenta Shirley D. Fendus com encuestador. Ella desea saber qué proporción de sus 8 469 funcionarios de pa tido apoyan su proyecto legislativo que busca incrementar el gasto en defensa Usted encuesta a 306 funcionarios del partido seleccionados de manera aleatori y encuentra que 108 apoyan tal proyecto. Para informarle, calcule e interpret el intervalo de confianza al 95 por ciento. Siga los cinco pasos antes señalado
8. El Senador Daniel "Dandy" Barker está contemplando postularse para la pr sidencia. Pide que alguien encueste a 90 votantes registrados seleccionados azar y encuentra que 51 por ciento lo apoyan contra el titular que busca reelección. Si la elección fuera hoy, ¿podría asegurar la victoria del Senad Barker? Explique su respuesta usando un intervalo de confianza al 95 por cie to. Siga los cinco pasos antes señalados.

9. Usted dirigirá un sondeo para determinar el porcentaje de votantes registrados que actualmente apoyan al candidato A. Los resultados se informarán con 95 por ciento de confianza y un término del error de 2 puntos porcentuales. ¿Qué tamaño de la muestra debe obtener? *Consejo:* P_u se desconoce en este momento; pero suponga que será .5.
10. Usted dirigirá un sondeo para determinar el porcentaje de los pacientes de una organización de cuidado de la salud que están satisfechos con sus médicos generales. Desea informar los resultados con 99 por ciento de confianza y un término del error de 3 puntos porcentuales. ¿Qué tamaño de muestra necesitará? *Consejo:* P_u se desconoce en este momento; pero suponga que será .5.
11. Usted dirigirá una investigación para determinar la edad media de las pacientes de una organización de cuidado de la salud (OCS). Desea informar los resultados con 99 por ciento de confianza con un término del error de más menos 3 años. ¿Qué tamaño de muestra necesitará? La desviación estándar de las edades de la población general de la ciudad donde la OCS se localiza es de 8.6 años. Utilice esto como una estimación para calcular el tamaño necesario de la muestra.
12. Usted dirigirá un sondeo para determinar el número medio de cigarros fumados al día por mujeres jóvenes en la preparatoria. Desea reportar los resultados con 95 por ciento de confianza con un término del error de más menos 1.5 cigarros. ¿Qué tamaño de la muestra se necesitará? De los estudios anteriores, la desviación estándar de cigarros fumados por día es de 4.1. Use esto como una estimación para calcular el tamaño necesario de la muestra.
13. Complete la siguiente tabla, donde $n = 1\,000$ y $P_u = .5$. Responda las siguientes preguntas.

Nivel de confianza	t_α	s_{P_u}	*Término del error*	*LIC*	*LSC*	*Amplitud del intervalo de confianza*
95%	1.96	.0158	.0310	.4690	.5310	.062
99%	———	———	———	———	———	———
99.9%	———	———	.0520	———	———	———

a) ¿Cuál es la relación entre el tamaño del nivel de confianza y la amplitud del intervalo de confianza? Explique.
b) ¿Cómo se calcula la amplitud del intervalo de confianza?
c) ¿Cuál es la relación entre el tamaño del nivel de confianza y el tamaño del término del error? Explique.

14. Complete la siguiente tabla, donde $n = 225$ y $P_u = .6$. Conteste las siguientes preguntas.

Nivel de confianza	t_α	s_{P_u}	*Término del error*	*LIC*	*LSC*	*Amplitud del intervalo de confianza*
95%	1.96	.0327	.0641	.5359	.6641	.1282
99%	———	———	———	———	———	———
99.9%	———	———	.1076	———	———	———

a) ¿Cuál es la relación entre el tamaño del nivel de confianza y la amplitud del intervalo de confianza? Explique.
b) ¿Cómo se calcula la amplitud del intervalo de confianza?
c) ¿Cuál es la relación entre el tamaño del nivel de confianza y el tamaño del término del error? Explique.

Aplicaciones opcionales en computadora para el capítulo 8

Si su clase usa las aplicaciones para computadora opcionales que acompañan este texto, abra los ejercicios del capítulo 8 en el disco compacto *Computer Aplications for The Statistical Imagination*. Los ejercicios tratan sobre el cálculo de intervalos de confianza con el *SPSS para Windows* destacando la importancia de examinar los efectos de los sesgos en los cálculos.

CAPÍTULO

9

COMPROBACIÓN DE HIPÓTESIS

88

Introducción: teoría científica y desarrollo de hipótesis comprobables

Como se expuso en el capítulo 1, se calculan estadísticas inferenciales para mostrar relaciones de causa y efecto y para probar hipótesis y teorías científicas. Una teoría se prueba realizando predicciones específicas sobre los datos. Por ejemplo, al estudiar desórdenes civiles como disturbios, quizá se postularía una "teoría de protesta", que señale que la conducta alborotadora se estimula por la práctica de autoridad represiva, tal como ocurre en los incidentes de brutalidad policiaca. Esta teoría proporciona conceptos (como desorden civil, disturbios, represión y protesta), así como ideas sobre el funcionamiento del mundo social (como la idea de que la autoridad estatal abusiva conduce a la protesta). Más importante aún, una teoría dirige nuestros pensamientos para que sea posible concebir un conjunto de proposiciones respecto de las relaciones entre variables medibles. Por ejemplo, si la autoridad represiva conduce a la protesta, entonces las medidas de protesta deben ser altas (tales como la alta incidencia de desórdenes civiles y disturbios), en situaciones donde la represión estatal también es alta (como en el caso de la brutalidad policiaca). En resumen, una teoría consiste en un conjunto de ideas lógicamente organizadas, interrelacionadas, que explican un fenómeno de interés, y permiten probar la consistencia de esas ideas contra los hechos observables. El proceso de determinar qué hechos son válidos y cuáles no lo son se llama comprobación de hipótesis, el tema de este capítulo.

Antes de considerarse como una explicación científica adecuada, una teoría debe lograr dos cosas: 1) tener sentido y mejorar el entendimiento, y 2) brindar predicciones empíricas (es decir, observables y medibles). En otras palabras, las proposiciones científicas, sin importar qué tan razonables parezcan, no son simplemente aceptadas por su valor aparente. Un científico debe establecer el hecho de que una teoría lleva a predicciones útiles. Las ideas abstractas de una teoría deben tener un lado práctico.

Relacionar las ideas bien organizadas de una teoría en los eventos reales constituye el lado creativo de la imaginación estadística. Requiere "ver el futuro", por lo menos con respecto de cómo se comportará un fenómeno de interés. Una teoría "impulsa" la generación de hipótesis motivándonos a pensar en términos de demostrar nuestros puntos. Una hipótesis constituye *una predicción sobre la relación entre dos variables, que afirma que los cambios en la medida de una variable independiente corresponderán a los cambios en la medida de una variable dependiente*. Una hipótesis es una predicción que necesita comprobación y ésta se da por medio de la observación y el análisis de datos. (La palabra *hipótesis* comparte su raíz con hipotético,